Universität Hamburg
Janko Latschev
Andreas Gerstenberger

Winter 2012/13

Symplektische Geometrie

Übungsblatt 11

1. **a)** Finden Sie eine Folge von holomorphen Abbildungen

$$u^k : \mathbb{C}P^1 \to \mathbb{C}P^1 \times \mathbb{C}P^1,$$

so dass

- die Verknüpfung von u^k mit den Projektionen auf die beiden Faktoren von $\mathbb{C}P^1 \times \mathbb{C}P^1$ jeweils Grad 1 hat,
- ein vorgegebener Punkt $([w_0 : w_1], [w_0' : w_1']) \in \mathbb{C}P^1 \times \mathbb{C}P^1$ im Bild aller u^k liegt, und
- die Bilder der u^k gegen eine Teilmenge der Form $\mathbb{C}P^1 \times \{p\} \cup \{q\} \times \mathbb{C}P^1$ für geeignete Punkte $p, q \in \mathbb{C}P^1$ konvergieren.

b) Geben Sie Möbiustransformationen $\varphi^k : \mathbb{C}P^1 \to \mathbb{C}P^1$ und $\psi^k : \mathbb{C}P^1 \to \mathbb{C}P^1$ an, so dass die Folge $v^k := u^k \circ \varphi^k$ gegen eine holomorphe Parametrisierung von $\mathbb{C}P^1 \times \{p\}$ konvergiert und die Folge $\bar{v}^k := u^k \circ \psi^k$ gegen eine holomorphe Parametrisierung von $\{q\} \times \mathbb{C}P^1$ konvergiert.

2. Seien X,Y und Z Banachräume, $A : X \to Y$ eine stetige lineare Abbildung und $K : X \to Z$ eine kompakte lineare Abbildung. Außerdem nehmen wir an, dass Konstanten $C_1, C_2 > 0$ existieren, so dass für alle $x \in X$

$$\|x\|_X \leq C_1 \|Ax\|_Y + C_2 \|Kx\|_Z$$

gilt. Zeigen Sie:

a) Der Kern $\ker A \subset X$ von A ist ein endlich-dimensionaler Unterraum.
Hinweis: Dies ist äquivalent zur Kompaktheit der Einheitskugel in $\ker A$.

b) Das Bild von A ist ein abgeschlossener Unterraum in Y.