

Stoffplan Lineare Algebra und analytische Geometrie, WS 10/11 und SS 11.

Grundlagen. Mengen, \in , \subseteq , \mathbb{N} , $\mathcal{P}(M)$, \cap , \cup , \setminus , $C_M(\cdot)$, disjunkt, kartesisches Produkt, Aussagen, \wedge , \vee , \implies , \iff , \forall , \exists , Relationen, Äquivalenzrelation, $p: M \rightarrow M/\sim$, Rechnen mit Kongruenzen, Abbildungen, injektiv, surjektiv, bijektiv, Partitionen, Wohldefiniertheit.

algebraische Strukturen. Komposition von Abbildungen, Monoid, Gruppe, abelsch, \sum , \prod , elementare Eigenschaften von Gruppen, Kürzungsregeln, Permutationsgruppen, Untergruppen, Satz von Lagrange, Homomorphismen, Satz von Cayley, Strukturtafeln, Signum, $\ker(f)$, $\text{im}(f)$, Normalteiler, Faktorgruppe, Homomorphiesatz für Gruppen, Ringe, $(\mathbb{Z}/m\mathbb{Z}, +, \cdot)$, $(\text{Abb}(M, R), +, \cdot)$, $(M_2(\mathbb{Q}), +, \cdot)$, Integritätsbereich, Körper, endliche Körper \mathbb{F}_p , \mathbb{C} , Betrag, Realteil, Imaginärteil, $\ker(f)$, Ideal, Faktoring, Homomorphiesatz für Ringe, Charakteristik, Primkörper.

Matrizenrechnung. Matrizen, $M(I, J; K)$, Zeile, Spalte, transponierte M., quadratische M., symmetrische M., schiefsymmetrische M., Diagonalmatrizen, Blockmatrizen, Matrizenaddition, Matrizenmultiplikation, $(M_n(K), +, \cdot)$, lineares Gleichungssystem, Äquivalenz von lin. Gleichungssystemen, Gaußalgorithmus, lin. GS in Matrizenform, homogene lin. GS, Zeilenäquivalenz, Elementarmatrizen, $\text{Gl}_n(K)$, Rang, Hauptsatz der Matrizenrechnung, Hill-Ciphern.

Vektorräume. Vektorraum, Standardvektorraum, Dimension, Unterraum, VR-Homomorphismus, lineare Abbildung, VR-Isomorphismus, VR-Automorphismus, VR-Endomorphismus, $\text{Hom}(V, W)$, $\text{End}(V)$, $\text{GL}_K(V)$, Matrix eines Homomorphismus, Invarianz der Dimension, direkte Summe, Komplementärraum, Projektion auf Unterraum, lineare Fortsetzung, Homomorphiesätze für Vektorräume, Faktorraum, exakte Folge, lineare Unabhängigkeit, Basis, Koordinaten, Koeffizientenvektor, Isomorphismen zu Standardräumen, Kardinalzahlen, Charakterisierung von Basen, Existenz von Basen, Basisergänzungssatz, Klassifikation von Vektorräumen, Dimension, Dimensionsformeln, Rangsatz, Basisaustauschsatz, Magische Matrizen, Basiswechsel, Übergangsmatrix, Basiswechselsatz für Homomorphismen, dualer Vektorraum, kanonische Paarung, duale Basis, duale Abbildung, Matrix der dualen Abbildung, kanonischer Homomorphismus $V \rightarrow V^{**}$,

multilineare Abbildungen. multilineare Abbildung, alternierende und symmetrische multilin. Abb., Determinante, Hauptsatz der Determinantentheorie, Determinante einer Matrix, Basiswechsel für Determinanten, Multiplikationssatz, spezielle lineare Gruppe, Kofaktoren und adjungierte Matrix, Formel für die inverse Matrix, Laplacescher Entwicklungssatz, Cramersche Regel, Determinante eines Endomorphismus, Bilinearform, duale Paarung, Matrix einer Bilinearform, Basiswechsel, quadratische Formen, isotrope und anisotrope Vektoren, Diagonalisierung von symmetrischen Bilinearformen, Äquivalenz von symmetrischen Bilinearformen, Rang einer quadrat. Form, positiv (semi)definit, Träg-

heitssatz von Sylvester, Klassifikation alternierender Bilinearformen

Endomorphismen von Vektorräumen. Eigenwerte, Eigenvektor, charakteristisches Polynom, Diagonalisierbarkeit, algebraische und geometrische Multiplizität, algebraische und geometrische Multiplizität, Diagonalisierung einer Matrix, simultane Diagonalisierbarkeit, invariante Unterräume, Fahnen eines Vektorraumes, Trigonalisierbarkeit, nilpotente Endomorphismen, Charakterisierung nilpotenter Endomorphismen, Klassifikation nilpotenter Endomorphismen, Partition, Jordanblock, Jordansche Normalform nilpotenter Matrizen, höhere Eigenräume, Hauptraum, Hauptvektor, Primärkomponente eines Endomorphismus, Hauptraumzerlegung, Satz von Cayley-Hamilton, Minimalpolynom, Jordansche Normalform eines Endomorphismus

Geometrie. Sesquilinearform, semilineare Abbildung, hermitesche Sesquilinearform, Euklidische und unitäre Räume, Norm eines Vektors, Minkowski Ungleichung, Cauchy-Schwarz Ungleichung, Winkel, orthogonal, normierter Vektor, Orthonormalbasis, Gram-Schmidtsches Orthogonalisierungsverfahren, Ergänzungssatz für Orthonormalbasen, orthogonale Summe, orthogonales Komplement, orthogonale Projektion, Parsevalsche Gleichung, Besselsche Ungleichung, Ausgleichsrechnung, Spektralsatz für selbstadjungierte Operatoren, unitäre und orthogonale Matrizen, Charakterisierung unitärer und orthogonaler Matrizen, unitärer Automorphismus, normaler Operator, Cartan-Zerlegung, Spektralzerlegung normaler Operatoren, Klassifikation der orthogonalen Abbildungen, Affine Räume

Literatur:

Bosch, Lineare Algebra, Springer Verlag

Huppert-Willems, Lineare Algebra, Teubner

Roczen-Wolters, Lineare Algebra, Lulu.com