

Grundlagen der Mathematik

Blatt 2

WiS 2020/21 — H. Kiechle

Präsenzaufgaben

8. Sei $A = \{0\}$ und $B = \{1, 2\}$.
Bestimmen Sie alle Teilmengen der Mengen A , $A \cup B$, $A \times B$, $B \setminus A$.
9. Vergleichen Sie die Wahrheitstafeln von $A \implies B$ und $\neg A \vee B$. Was fällt auf?
10. Finden Sie eine möglichst einfache äquivalente Darstellung für $\neg(A \implies B)$, die keinen Folgepfeil mehr enthält.
11. Wahr oder falsch?
- (a) $A \setminus B = A \cap \overline{B}$
 - (b) $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$
 - (c) $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \setminus C)$
 - (d) $\mathbb{N} \times \mathbb{N} = \{n^2; n \in \mathbb{N}\}$
 - (e) $\text{Pot } \emptyset = \emptyset$

Hausaufgaben

12. Überprüfen Sie durch ein Venn-Diagramm, ob gilt
- (a) $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$, (b) $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \setminus C$.
 - (c) $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
13. Geben Sie die folgenden Mengen an:
- (a) $\text{Pot}\{0, u, v\}$
 - (b) $\text{Pot}(\text{Pot}(\{\emptyset\}))$
 - (c) $\text{Pot}(\{u\} \times \{v\} \times \{u, v\})$

bitte wenden!

14. Von einer Schülerin wurde folgende kleine Rechnung verfasst:

Behauptung: Für alle reellen Zahlen b gilt: $3 > b \implies 3 > 2b$.

Beweis: Sei b eine reelle Zahl mit $3 > b$. Dann gilt:

$$\begin{aligned} & 3 > b \\ \implies & 3b > b^2 \\ \implies & 3b - 9 > b^2 - 9 \\ \implies & 3(b - 3) > (b + 3)(b - 3) \\ \implies & 3 > b + 3 \\ \implies & 3 + 3 > b + 3 + b \\ \implies & 3 > 2b \end{aligned}$$

Betrachten Sie die Aussageform $A(b) := (3 > b \implies 3 > 2b)$ mit $b \in \mathbb{R}$.

- (a) Formulieren Sie die Behauptung der Schülerin als logische Formel.
- (b) Bestimmen Sie die Menge $L := \{b \in \mathbb{R}; A(b)\}$, und skizzieren Sie L .
- (c) Wie müsste L aussehen, wenn die Aussage korrekt wäre?

Schließen Sie daraus, dass die Aussage der Schülerin nicht korrekt ist.

- (d) Überlegen Sie bei jedem Schritt, welche Umformungen durchgeführt wurden und prüfen Sie ob diese korrekt sind. Welche Schritte waren nicht richtig und warum?