

Grundlagen der Mathematik

Blatt 13

WiS 2020/21 — H. Kiechle

Präsenzaufgaben

73. *Der Euklidische Algorithmus*

Gegeben seien $a := 588$ und $b := 420$. Bestimmen Sie

- (a) $d := \text{ggT}(a, b)$;
- (b) ganze Zahlen u, v mit $d = au + bv$ (vgl. Aufgabe 72).

74. Bestimmen Sie $\bar{2}^{-1}$ in \mathbb{Z}_{101} .

75. Wahr oder falsch?

- (a) $2^{10105} - 1$ ist eine Primzahl.
- (b) Modulare Arithmetik kommt auch im täglichen Leben vor.
- (c) „ \cdot_3 “ ist eine Verknüpfung auf $\mathbb{Z}_3 \setminus \{\bar{0}\}$.
- (d) „ \cdot_6 “ ist eine Verknüpfung auf $\mathbb{Z}_6 \setminus \{\bar{0}\}$.

Aufgaben (freiwillig, keine Abgabe)

76. Es seien $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Dann gilt (vgl. (6.22))

- (a) Aus $a < b$ folgt $a + c < b + c$.
- (b) Aus $a < b$ und $c > 0$ folgt $ac < bc$.
- (c) Aus $a < b$ und $c < 0$ folgt $ac > bc$.

77. Es seien $a, b \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$. Weiter sei $T(a) := \{t \in \mathbb{Z}; t|a\}$, die Menge aller Teiler von a ; und analog sei $T(b)$ definiert. Dann gilt

- (a) $T(a) \cap T(b)$ ist nicht leer und beschränkt;
- (b) $\text{ggT}(a, b) = \max(T(a) \cap T(b))$;
- (c) Es gelte $a = bu + v$ mit $u, v \in \mathbb{Z}$, dann gilt $T(a) \cap T(b) = T(b) \cap T(v)$, und daher $\text{ggT}(a, b) = \text{ggT}(b, v)$.

78. Gegeben seien $a = 100025$ und $b = 12312$. Bestimmen Sie

- (a) $t := \text{ggT}(a, b)$;
- (b) $\text{kgV}(a, b)$;
- (c) ganze Zahlen u, v mit $t = ua + vb$;

79. Lösen Sie die quadratische Gleichung $x^2 +_5 \bar{3}x +_5 \bar{2} = \bar{0}$ in \mathbb{Z}_5 .

Hinweis: Quadratische Ergänzung!