Geradenspiegelungen

Gegeben sei eine Gerade g und ein Punkt X.
Wir konstruieren $\tilde{g}(X)$.
$h := (X \perp g)$ und $F_X := h \cap g$
k sei der Kreis um F_X durch X
$\tilde{g}(X)$ sei der zweite Schnittpunkt von k mit h.

Definition

Die Abbildung

$$\tilde{g} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2; X \mapsto \tilde{g}(X)$$

heißt **Geradenspiegelung** oder **Achsenspiegelung** an g.

(5.3)

Sei g eine Gerade

(1) Für alle $X, X' \in \mathbb{R}^2 \setminus g$ gilt $\quad X' = \tilde{g}(X) \iff g = m_{X,X'}$

(2) $\tilde{g}(X) = \varphi_{F_X}(X)$.
Dabei ist φ_{F_X} die Punktspiegelung am Lotfußpunkt

(3) $\tilde{g} \circ \tilde{g} = \mathrm{id}$, d.h. $\tilde{g}$ ist bijektiv mit Umkehrabbildung $\tilde{g}$.
Eine solche Abbildung heißt auch **Involution**.

Beweis

(1) „$\Longrightarrow$“ nach Aufgabe 36(a); „$\Longleftarrow$“ nach Definition.

(2) vgl. Aufgabe 24 und die Definition.

(3) klar. $\square$