

Grundbildung Geometrie

§ 5. Bewegungen ...

... sind surjektive Abbildungen $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, die Abstände erhalten.

Beispiele

- ▶ Translationen und Punktspiegelungen sind Bewegungen.
siehe Aufgaben 21(c) und 24(c)
- ▶ $\Psi_{\lambda, \mathbf{v}}$ mit $\lambda \neq \pm 1$ sind *keine* Bewegungen.

Bemerkungen

Man kann zeigen

- ▶ Bewegungen sind injektiv (Aufgabe 32)
- ▶ Die Bewegungen bilden eine Gruppe (\mathbb{B}, \circ) .
- ▶ Bewegungen erhalten Winkel.

Grundbildung Geometrie

(5.1)

Es sei $\beta \in \mathbb{B}$.

- (1) $\beta(m_{A,B}) = m_{\beta(A),\beta(B)}$ für alle $A, B \in \mathbb{R}^2$, $A \neq B$.
- (2) Sei k ein Kreis um $M \in \mathbb{R}^2$ mit Radius r . Dann ist $\beta(k)$ ein Kreis um $\beta(M)$ mit Radius r .
- (3) β ist eine Kollineation, d.h. β ist bijektiv und bildet Geraden auf Geraden ab.

Beweis

- (1) und (2) Aufgabe 33 und Aufgabe 34
- (3) Nach Aufgabe 32 ist β injektiv, also sogar bijektiv.
Jede Gerade kann als Mittelsenkrechte geeigneter Punkte dargestellt werden.
Damit folgt die Behauptung aus (1). □