

Grundbildung Geometrie

(4.10) Das Parallelogramm

Gegeben sei ein (konvexes) Viereck $ABCD$.

Es sei $S := AC \cap BD$ der Schnittpunkt der Diagonalen.

Folgende Aussagen sind äquivalent

- (I) $ABCD$ ist ein Parallelogramm
- (II) $|AB| = |CD|$ und $|AD| = |BC|$
- (III) gegenüberliegende Winkel sind gleich groß
- (IV) S ist der Mittelpunkt der Strecken $[A, C]$ und $[B, D]$.
- (V) Für die Punktspiegelung φ_S an S gilt

$$\varphi_S(A) = C \quad \text{und} \quad \varphi_S(B) = D$$

- (VI) Für die Translation τ mit $\tau(A) = B$ gilt $\tau(D) = C$.

Grundbildung Geometrie

Man sagt auch Parallelogramme sind *punktsymmetrisch*.

Beweis

(I) \iff (II) \iff (III) nach Aufgabe 17(b)

(I) \iff (VI) nach Aufgabe 25(a)

(I) \implies (IV) nach Aufgabe 25(b)

(IV) \implies (V) nach Aufgabe 24(f)

(V) \implies (II): nach Aufgabe 24(c) gilt

$$|AB| = |\varphi_S(A)\varphi_S(B)| = |CD| \quad \text{und}$$

$$|AD| = |\varphi_S(A)\varphi_S(D)| = |CB| = |BC|. \quad \square$$