Universität Hamburg, FB Mathematik

Stochastik (und Optim.) für Studierende der (Wirtschafts-)Informatik

Hausaufgabenblatt 8

Ausgabe am Dienstag, 27.05.03 Abgabe am Dienstag, 03.06.03

Es wird auch diesmal nur die erste Aufgabe korrigiert und bewertet. Die zweite Aufgabe ist – wie bisher – trotzdem zu lösen.

Aufgabe H 8.1: (K)

In einer Teeplantage kommen an der Sammelstelle zur Weiterverarbeitung nacheinander Wagen mit frischen Teeblättern an, die möglichst bald verarbeitet werden müssen. Für die Zahl X_n der wartenden Wagen zu den Zeitpunkten $n=0,1,2\ldots$ (Taktlänge = 5 Minuten) liege die folgende Aufzeichnung vor. Nehmen Sie an, dass in keinem Takt eine Ankunft und ein Abgang vorkam.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$X_n(\omega)$	0	0	1	1	2	3	3	2	3	4	4	3	2	3	4	3	3	2	2	1	0

Skizzieren Sie den zugehörigen Pfad und nummerieren Sie die Ankünfte.

- (a) Vermerken Sie bei jedem Abgang die zugehörige Ankunfts-Nummer, falls die Bedienregel FCFS angewandt wird. Notieren Sie die Wartezeiten w_1, w_2, \ldots der einzelnen Wagen, und bestimmen Sie den Mittelwert \overline{w} von $\mathbf{w} := (w_1, w_2, \ldots)$ sowie die Streuung $s_{\mathbf{w}}$ (vgl. Abschnitt 1.5).
- (b) Wiederholen Sie (a) für die Bedienregel LCFS. Vergleichen Sie die beiden Fälle.

Aufgabe H 8.2:

Sei $(X_0, X_1, ...)$ eine homogene Markovkette mit Zustandsraum $I = \{1, 2, 3\}$, beliebiger Startverteilung und Ü-Matrix $(p_{ij}) = \begin{pmatrix} 1-a & a & 0 \\ d & ? & b \\ 0 & c & 1-c \end{pmatrix}$ (mit a, b, c, d > 0).

- (a) Zeichnen Sie den Übergangs-Graph.
- (b) Berechnen Sie die (Z-Dichte der) Gleichgewichtsverteilung ((π_i)) (b1) mit Hilfe des Gleichungssystems (G), (N), (b2) mit Hilfe des Gleichungssystems (L), (N). Ist (L) hier anwendbar?
- (c) Vergleichen Sie den Rechenaufwand.