

Stochastik (und Optim.) für Studierende der (Wirtschafts-)Informatik

Hausaufgabenblatt 5

Ausgabe am Dienstag, 06.05.03

Abgabe am Dienstag, 13.05.03 zu Beginn der Vorlesung

Es werden nur die ersten beiden Aufgaben korrigiert und bewertet.

Die dritte Aufgabe ist trotzdem zu lösen, sie wird in den Übungen besprochen und inhaltlich bei den Aufgaben unter Aufsicht einbezogen.

Aufgabe H 5.1: (K)

Der tägliche Zustand eines technischen Systems werde beschrieben durch die Bewertungen „anfällig“ ($= 0$) und „stabil“ ($= 1$). Nach den bisherigen Erfahrungen folgt auf den Zustand „anfällig“ mit W. $a = 0.3$ der Zustand „stabil“, auf „stabil“ folgt „anfällig“ mit W. $b = 0.2$. Das System starte zum Zeitpunkt 1 mit W. $c_1 = 0.8$ im Zustand $X_1 =$ „stabil“.

- Beschreiben Sie die Zustände X_i durch eine homogene Markov-Kette.
 - Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit c_n , zum Zeitpunkt $n = 2, 3, 4, \dots$ im Zustand „stabil“ zu sein? Was ergibt sich für $n \rightarrow \infty$?
 - Für welches c_1 ist $c_2 = c_1$? Wie groß ist dann $P(X_n = 1)$?
- Geben Sie die Ergebnisse in Formeln (mit a, b, c_1) und in Zahlen an.

Aufgabe H 5.2: (K)

In einer Telefonzentrale komme in jeder Sekunde mit Wahrscheinlichkeit $p = 0,15$ ein Anruf an (unabhängig von Anrufen zu anderen Zeitpunkten). Zwei oder mehr Anrufe in einer Sekunde seien vernachlässigbar.

- Modellieren Sie die Aufzeichnung der Anrufe für eine Laufzeit von 1 Minute.
- Durch welche Verteilung wird dann die Anzahl S der in einer Minute eingehenden Anrufe beschrieben? (Name der Verteilung und Z-Dichte)
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass S zwischen 7 und 10 (einschließlich) liegt, (c1) exakt und dann näherungsweise durch (c2) eine Poisson-Verteilung, (c3) eine Normal-Verteilung („halbzahlig“!).

Aufgabe H 5.3:

Der Fischbestand N eines Teichs soll geschätzt werden. Dazu fängt man $K = 100$ Fische, markiert sie und setzt sie wieder ins Wasser. Eine Woche später fängt man z.B. $n = 20$ Fische und findet darunter Z markierte.

- Beschreiben Sie den zweiten Fangvorgang durch ein geeignetes Modell. Benutzen Sie dabei den Wert N so, als ob er bekannt wäre.
- Welches N würden Sie spontan in Abhängigkeit von Z schätzen?
- Wie groß ist $P^{(N)}(A)$ mit $A := \{Z=6\}$ für $N=300$ bzw. 400?
- Für welches N ist $P^{(N)}(A)$ maximal? (Probieren oder mit $P^{(N)}(A)/P^{(N-1)}(A)$)