

Stochastik (und Optim.) für Studierende der (Wirtschafts-)Informatik

Hausaufgabenblatt 2

Ausgabe am Dienstag, 15.4.03

Abgabe am Dienstag, 22.4.03 zu Beginn der Vorlesung

Es werden nur die ersten beiden Aufgaben korrigiert und bewertet.
Die dritte Aufgabe ist trotzdem zu lösen, sie wird in den Übungen besprochen und inhaltlich bei den Aufgaben unter Aufsicht einbezogen.

Aufgabe H 2.1: (K)

Jemand möchte sein gebrauchtes Auto verkaufen und erhält fünf Angebote. Jedes Angebot (in Euro) liegt in $\Omega_1 := \{5000, 6000, 7000, 8000, 9000\}$.

(a) Geben Sie möglichst explizit die folgenden Ereignisse in $\Omega := \Omega_1^5$ an:

$A :=$ „kein Angebot liegt über 8000 Euro“,

$B :=$ „alle Angebote betragen mindestens 7000 Euro“,

$C :=$ „der Durchschnitt aller Angebote ist 8600 Euro“.

Wieviele Elemente haben A , B und C jeweils?

(b) Die fünf Angebote seien als Zufallsvariable X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 dargestellt. Beschreiben Sie die Ereignisse A, B, C durch X_1 bis X_5 .

Aufgabe H 2.2: (K)

Ein Pixel einer Grafik habe (z.B.) 16 Farb- und 16 Graustufen $(0, 1, \dots, 15)$. Jede der 256 Kombinationen sei gleich häufig vertreten. Für ein „zufällig“ herausgegriffenes Pixel sei X die Farbe und Y die Graustufe.

Formulieren Sie ein geeignetes Wahrscheinlichkeitsmodell und berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

$A := \{X = 5 \text{ oder } 6\}$, $B := \{Y \neq 12\}$, $C := \{X \neq Y\}$, $D := \{X < Y\}$,

$E := \{X + Y = 8\}$, $F := \{X > 10 \text{ und } Y > 5\}$, $G := \{X > 10 \text{ oder } Y > 5\}$.

Aufgabe H 2.3:

A, B, C und A_1, A_2, \dots seien Teilmengen von Ω . Dann gilt:

(a) $1_{A^c} = 1 - 1_A$, (b) $1_{\cap_i A_i} = \prod_i 1_{A_i} = \min_i 1_{A_i}$,

(c) $1_{\sum_i A_i} = \sum_i 1_{A_i}$, (d1) $1_{\cup_i A_i} = \max_i 1_{A_i}$, (d2) $1_{A \cup B} = 1_A + 1_B - 1_{AB}$,

(d3) $1_{A \cup B \cup C} = 1_A + 1_B + 1_C - 1_{AB} - 1_{AC} - 1_{BC} + 1_{ABC}$.

Zeigen Sie (b) und (c), z.B. nach folgendem Schema (für $1_{AB} = 1_A \cdot 1_B$):

$1_{AB}(\omega) = 1 \Leftrightarrow \omega \in AB \Leftrightarrow \omega \in A \text{ und } \omega \in B \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow 1_A(\omega) \cdot 1_B(\omega) = 1$.

Zeigen Sie (d1) und (d3) (z.B.) mit Hilfe von (a) und (b).