

Stochastik für Studierende der Informatik

Hausaufgabenblatt 12

Ausgabe am Dienstag, 01.07.03

Abgabe am Dienstag, 08.07.03 zu Beginn der Vorlesung

Diesmal gibt es zwei Aufgaben, die beide korrigiert und bewertet werden. Hinweis: Für H 7 bis H 12 sind 18 von 36 Punkten zu erreichen.

Aufgabe H 12.1: (K)

Sie kaufen regelmäßig bei Ihrem Bäcker 10 Brötchen und wiegen Sie gelegentlich nach. Die folgenden Messreihen (in Gramm) entstanden

- (1) vor drei Monaten, (2) vor einer Woche,
- (3) vor zwei Tagen aus einer persönlich überreichten Tüte, nachdem Sie am Vortag wegen zu kleiner Brötchen protestiert hatten.

(1): 51,5, 48,9, 43,9, 47,6, 52,8, 45,0, 54,1, 47,9, 51,2, 49,3,

(2): 45,9, 45,2, 44,4, 44,5, 46,0, 46,8, 46,7, 43,6, 48,5, 41,6,

(3): 50,0, 49,3, 48,9, 49,9, 47,8, 48,1, 48,7, 48,5, 48,2, 49,2.

- (a) Vergleichen Sie die Messreihen mit Hilfe von Punktschätzungen für Erwartungswert und Varianz.

Welche Schlüsse würden Sie daraus ziehen?

- (b) Bestimmen Sie Intervallschätzungen für den Erwartungswert unter Voraussetzung von Normalverteilungen und mit Sicherheit von 95% bzw. 99%.

Aufgabe H 11.2: (K)

Sie beobachten in Hamburg n Taxi-Nummern X_1, \dots, X_n und wollen daraus die Zahl der vergebenen Taxi-Lizenzen schätzen unter der Annahme, dass diese Nummern näherungsweise stetig gleichverteilt auf $[0, b]$ sind und Ihre Stichprobe repräsentativ ist. (Dann ist $b = 2 \operatorname{E}X_i$.)

Zeigen Sie, dass der Schätzer $h_n(X_1, \dots, X_n) := \frac{n+1}{2n} \max(X_1, \dots, X_n)$

- (a) für $\frac{b}{2}$ erwartungstreu ist.

- (b) für $n \geq 2$ eine kleinere Varianz als $\bar{h}_n(X_1, \dots, X_n) := \bar{X}_n$ besitzt (evtl. nur für $n = 2$ und 3).

Hinweis: $Y := \max(X_1, \dots, X_n)$ hat auf $(0, b)$ die Verteilungsfunktion

$$F(x) = (x/b)^n \text{ (warum?) und die R-Dichte } f(x) = F'(x).$$