Gerhard Hübner, Universität Hamburg
Dpt. Mathematik, Schwerpunkt Stochastik

Übungen zur Mathematischen Stochastik

Präsenzaufgabenblatt 9 Bearbeitung am Mittwoch, 20. 12. 02

Aufgabe P 9.1:

Es werden nacheinander Geräte kontolliert, die jeweils (unabhängig) mit W. $p = 0.1$ defekt seien. W sei die Nummer des ersten defekten Geräts.

(a) Welchen Verteilungstyp hat W?

(b) Wie groß ist $P(W \leq 2)$? $P(W > 3)$? $P(W > 10)$?

Aufgabe P 9.2:

Einem Produkt werden bei einer Qualitätsprüfung die beiden Merkmale $X \in \{1, 2, 3\}$ (z.B. für Funktion) und $Y \in \{1, 2, 3, 4\}$ (z.B. für Handhabung) zugewiesen, und zwar mit folgenden Wahrscheinlichkeiten.

	$y = 1$	$y = 2$	$y = 3$	$y = 4$	
$x = 1$	0,04	0,08	0,06	0,02	
$x = 2$	0,10	0,20	0,15	0,05	
$x = 3$	0,03	0,12	0,09	0,06	

(a) Bestimmen Sie die Z-Dichten von X und Y.

(b) Bestimmen Sie für die Zufallsvariablen X und Y die bedingte Z-Dichte von Y unter Kenntnis von X (in die Tabelle eintragen).

(c) Sind X und Y stochastisch unabhängig?

Aufgabe P 9.3:

Der Satz über Produkt-σ-Algebren aus der Vorlesung lautet:

Für $\mathcal{A}_i = \mathcal{A}_{\Omega_i}(\mathcal{E}_i)$ gilt $\mathcal{A}_\Omega(\mathcal{A}_1 \times \ldots \times \mathcal{A}_n) = \mathcal{A}_\Omega(\mathcal{E}_1 \times \ldots \times \mathcal{E}_n)$,
falls die $\mathcal{E}_i$ ausschöpfend sind, d.h. falls es $E_{ik} \in \mathcal{E}_i$ gibt mit $E_{ik} \uparrow \Omega_i$.

Zeigen Sie, dass die zum Beweis für $n=2$ benötigten „Guten Mengen“
$\mathcal{G}_{E_1} := \{ A_2 \in \mathcal{A}_2 : E_1 \times A_2 \in \mathcal{A}_\Omega(\mathcal{E}_1 \times \mathcal{E}_2) \}$ eine σ-Algebra bilden.

Wo wird die Eigenschaft ausschöpfend benötigt?

Aufgabe P 9.4:

Zeigen Sie durch direkte Rechnung, dass $B(n, p) * B(m, p) = B(n+m, p)$ gilt.