Gerhard Hübner, Universität Hamburg
Dpt. Mathematik, Schwerpunkt Stochastik

Übungen zur Mathematischen Stochastik

Präsenzaufgabenblatt 4 Bearbeitung am Mittwoch, 15. 11. 06

Aufgabe P 4.1:

Die Zahl Z der Wählversuche am Telefon werde modelliert durch
$\Omega = \{1, 2, \ldots, 8\}$ und die Z-Dichte $f(k) = a\,(9-k),\ 1 \le k \le 8$.
Bestimmen Sie die Konstante a und $P(Z \ge 5)$.

Aufgabe P 4.2:

(a) Ist $f(x) := c\,e^{-(x+1)^2/8}$ die R-Dichte einer Normalverteilung? c?

(b) Zu welchem Verteilungstyp gehört $f(x) := c\,x\,e^{-3x}\,1_{(0,\infty)}(x)$? c?

Skizzieren Sie jeweils die R-Dichte.

Aufgabe P 4.3:

(a) Zeigen Sie: Für eine endliche Zerlegung $(a, b] = \sum_{i=1}^{n}(a_i, b_i]$ gibt es eine (eindeutig bestimmte) Umordnung $(a, b] = \sum_{k=1}^{n}(a_{i_k}, b_{i_k}]$ mit $a = a_{i_1} < b_{i_1} = a_{i_2} < b_{i_2} = a_{i_3} < \ldots < b_{i_{n-1}} = a_{i_n} < b_{i_n} = b$.

(b) Geben Sie ein Beispiel an für $(a, b] = \sum_{i=1}^{\infty}(a_i, b_i]$ mit unendlich vielen Häufungspunkten in der Menge der Intervallgrenzen (o.E. $a = 0, b = 1$).

Aufgabe P 4.4: (Reserve)

(a) Zeigen Sie $\Gamma(\nu+1) = \nu \cdot \Gamma(\nu)$ durch partielle Integration.

Hinweis: $\Gamma(\nu) := \int_0^\infty x^{\nu-1} e^{-x} dx$.

(b) Bestimmen Sie die Minimum- und Maximum-Stellen (soweit vorhanden)

(b1) der $\Gamma_{\alpha,\nu}$-Dichte $\gamma_{\alpha,\nu}$ für $\nu = 1/2,\ 1,\ 2,\ 3$.

(b2) der $\mathrm{Be}(\mu,\nu)$-Dichten $\mathrm{be}_{2,4}$, $\mathrm{be}_{9,3}$ und $\mathrm{be}_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}$.