

Übungen zur Mathematischen Stochastik

Hausaufgabenblatt 9

Ausgabe am Freitag, 22. 12. 06

Abgabe am Freitag, 12. 01. 07, 14:20 Uhr

Aufgabe H 9.1:

Bestimmen Sie in einem n -fachen Bernoulli(p)-Experiment mit $n = 10$ für S_n , die Zahl der Erfolge, und für W'_i , die Zahl der Fehlversuche vor dem i -ten Erfolg ($i = 1, 2$),

- die bedingte Wahrscheinlichkeit von $\{W'_1 = \ell, W'_2 = m\}$ unter der Bedingung, dass $S_n = 2$ ist.
- die gemeinsame Verteilung (bzw. Z-Dichte) von W'_1 und S_n .
(Es kann sein, dass kein Erfolg auftritt.)

Geben Sie in beiden Fällen den genauen Definitionsbereich an, d.h. den Bereich, in dem die gesuchten Wahrscheinlichkeiten positiv sind.

Aufgabe H 9.2:

Die Produktionskosten K eines Geräts seien abhängig von der produzierten Stückzahl X , also $K = g(X)$. Es sei $g(x) = c_0 + c_1 x - c_2 x^2$, $c_i > 0$. Die Stückzahl X besitze eine Binomial(n, p)-Verteilung.

- Für welche x mit $P(X=x) \neq 0$ ist $g(x)$ isoton (monoton steigend)?
- Bestimmen Sie den Erwartungswert von K , indem sie die auftretenden Summen auf bekannte Z-Dichten zurückführen.

Welche Eigenschaften des Erwartungswerts können Sie zur Vereinfachung nutzen? An den entsprechenden Stellen angeben!

Hinweis: Gegebenenfalls erleichtert $m^2 = m(m-1) + m$ die Rechnung.

Weiterer Hinweis: $k/k! = 1/(k-1)!$ Zur Kontrolle: $EX^2 = n^2 p^2 + np(1-p)$.

Aufgabe H 9.3:

Gegeben sei die ZV Y mit Zähl-Dichte

$$f^Y(k) = c/(|k|(|k| + 1)), \text{ falls } k \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}, \quad \underline{f^Y(0) = 0}.$$

Bestimmen Sie soweit möglich c , $E|Y|$ und EY .

Hinweis: Es ist $1/(k(k+1)) = 1/k - 1/(k+1)$.