

## Übungen zur Mathematischen Stochastik

### Hausaufgabenblatt 8

Ausgabe am Freitag, 15. 12. 06

Abgabe am Freitag, 22. 12. 06, 14:20 Uhr

#### Aufgabe H 8.1:

In einer Telefonzentrale komme in jeder Sekunde mit Wahrscheinlichkeit  $p = 0,15$  ein Anruf an (unabhängig von Anrufen zu anderen Zeitpunkten). Zwei oder mehr Anrufe in einer Sekunde seien vernachlässigbar.

- Geben Sie ein geeignetes Protokoll-Modell für eine Laufzeit von 1 Minute an.
- Durch welche Verteilung wird dann die Anzahl  $S$  der in einer Minute eingehenden Anrufe beschrieben? (Verteilung und Z-Dichte von  $S$ )
- Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass  $S$  zwischen 7 und 10 (einschließlich) liegt, (c1) exakt und dann näherungsweise (c2) durch eine Poisson-Verteilung, (c3) durch eine Normal-Verteilung.

#### Aufgabe H 8.2:

Die Zufallsvariable  $X$  sei exponential(1/2)-verteilt.

- Zeigen Sie, dass dann die Zufallsvariable  $Y := \sqrt{X}$  die Verteilungsfunktion  $F^Y(y) = (1 - e^{-y^2/2})1_{[0,\infty)}(y)$  besitzt.
- Bestimmen Sie die zugehörige R-Dichte.
- Skizzieren Sie  $F^Y$  und  $f^Y$  mit je ca. fünf berechneten Werten.  
(Die Verteilung von  $Y$  gehört zu den (sogenannten) *Weibull-Verteilungen*, die durch die Verteilungsfunktionen  $F(y) := 1 - e^{-\alpha y^\beta} 1_{[0,\infty)}(y)$  mit  $\alpha, \beta > 0$  bzw. durch die entsprechende R-Dichte definiert werden. Diese Verteilungen eignen sich zur Modellierung von Lebensdauerverteilungen.)

#### Aufgabe H 8.3:

In einer Telefonzentrale treffen innerhalb von 10 Minuten Aufträge gemäß einer Poisson(5)-Verteilung ein. Die Aufträge seien (unabhängig voneinander) mit Wahrscheinl. 0.8 vom Typ 1 und mit Wahrscheinl. 0.2 vom Typ 2.

- Formulieren Sie mit obigen Annahmen ein 2-stufig gekoppeltes Modell für die Zahl der Aufträge insgesamt ( $n$ ) und die Aufträge von Typ I ( $k_1$ ).  
(Seien Sie besonders sorgfältig bei der zweiten Stufe!)
- $X_1$  (bzw.  $X_2$ ) sei die Zahl der Aufträge vom Typ 1 (bzw. vom Typ 2). Bestimmen Sie die gemeinsame Z-Dichte  $f^{(X_1, X_2)}(k_1, k_2)$  von  $X_1$  und  $X_2$ .
- Bestimmen sie mit Hilfe von (b) die Z-Dichten von  $X_1$  und von  $X_2$ .  
Was können Sie zur Abhängigkeit von  $X_1$  und  $X_2$  sagen?