

Übungen zur Mathematischen Stochastik

Hausaufgabenblatt 7

Ausgabe am Freitag, 8. 12. 02
Abgabe am Freitag, 15. 12. 02, 14:20 Uhr

Aufgabe H 7.1:

In einem Gerät seien drei gleichartige Bauteile vorhanden, deren Zustand (unabhängig voneinander) die Qualitätsstufen $U_i \in \{1, 2, 3, 4\}$ mit den Wahrscheinlichkeiten 0.3, 0.4, 0.2, 0.1 besitze ($i = 1, 2, 3$).

Bestimmen Sie für das Maximum V der beobachteten Qualitäten die Verteilungsfunktion F^V und dann die Z-Dichte f^V .

Geben Sie eine gemeinsame Tabelle an für die Dichten und Verteilungsfunktionen von U_1 und V .

Aufgabe H 7.2:

Die Wartezeit X bzw. Y auf den nächsten Kunden vom Typ 1 bzw. 2 seien $\text{Exp}(\alpha)$ - bzw. $\text{Exp}(\beta)$ -verteilt **und stoch. unabhängig gekoppelt**.

Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion F^Z des Minimums Z von X und Y .
Zu welchem Verteilungstyp gehört diese?

Hinweis: **Verwenden Sie z.B. Ereignisse der Form** $\{X \in A'\}$, $\{Y \in B'\}$.

Aufgabe H 7.3:

Der Fischbestand N eines Teichs soll geschätzt werden. Dazu fängt man $K = 100$ Fische, markiert sie und setzt sie wieder ins Wasser. Eine Woche später fängt man z.B. $n = 20$ Fische und findet darunter Z markierte.

- Beschreiben Sie den zweiten Fang-Vorgang durch ein geeignetes Modell. Benutzen Sie dabei den Wert N so, als ob er bekannt wäre.
- Welches N würden Sie spontan in Abhängigkeit von Z schätzen?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit $P^{(N)}(Z = 6)$ für $N = 300$ bzw. 400?
- Für welches N ist $P^{(N)}(A)$ maximal?

Hinweis: Lösen Sie (d) mit Probieren oder mit $P^{(N)}(A)/P^{(N-1)}(A)$.