

## Übungen zur Mathematischen Stochastik

### Hausaufgabenblatt 5

Ausgabe am Freitag, 24. 11. 06

Abgabe am Freitag, 1. 12. 06, 14:20 Uhr

#### Aufgabe H 5.1:

Ein stark vereinfachtes Versicherungs-Modell:

In den Intervallen  $(n-1, n]$  treffen jeweils Prämien der Höhe 1 ein,  
und mit W.  $1/2$  tritt *ein* Schaden der Höhe 2 auf, mit W.  $1/2$  kein Schaden.

Die Schäden in disjunkten Intervallen seien stochastisch unabhängig.

$X_n$  sei die Reserve für  $0 \leq n \leq N$  bei Anfangsreserve  $X_0 = K (> 0)$ .

Es soll die Wahrscheinlichkeit eines „Ruins“, d.h. „ $X_n \leq 0$  für ein  $n \leq N$ “,  
für die Zahlenwerte  $K = 5$ ,  $N = 8$  bestimmt werden.

- Skizzieren Sie zuerst mögliche Abläufe.
- Bestimmen Sie dann die Wahrscheinlichkeiten einzelner Abläufe und  
daraus die gesuchte Ruin-Wahrscheinlichkeit.
- Was ergibt sich für  $P(X_8 < 0)$ ? Fällt Ihnen etwas auf?

#### Aufgabe H 5.2:

Aus 25 Geräten, von denen 5 defekt seien, werden 6 Stück zufällig  
und *ohne* Zurücklegen entnommen und getestet.

- Geben Sie ein geeignetes W-Modell für das Testprotokoll an (defekt  $\equiv 1$ ).
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist (b1) das erste, (b2) das zweite,  
(b3) das fünfte Stück defekt?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass (c1) die ersten beiden Stücke,  
(c2) das dritte und vierte Stück defekt sind.

Interpretieren Sie die Ergebnisse von (b) und von (c).

#### Aufgabe H 5.3:

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, an drei aufeinanderfolgenden Tagen  
in Hamburg (a) drei Sonnentage, (b) zwei oder drei Regentage zu erleben.

Nach offiziellen Daten\* wird das Wetter regnerisch/ bewölkt/ sonnig sein

- am ersten Tag mit Wahrscheinlichkeit 0.24/ 0.41/ 0.35,
- nach einem Regentag mit Wahrscheinlichkeit 0.46/ 0.41/ 0.13,
- nach bewölktem Wetter mit Wahrscheinlichkeit 0.23/ 0.53/ 0.24,
- nach einem Sonnentag mit Wahrscheinlichkeit 0.11/ 0.27/ 0.62.

Formulieren Sie dazu ein geeignetes mehrstufiges Modell.

- Mit welcher W. ist das Wetter am zweiten Tag regnerisch/ bewölkt/ sonnig?  
Fällt Ihnen bei den Zahlenwerten etwas auf?

\* Deutsches Klima-Rechenzentrum: [www.dkrz.de/wetter/prognosen/modelle](http://www.dkrz.de/wetter/prognosen/modelle).