

Übungen zur Mathematischen Stochastik

Hausaufgabenblatt 5

Ausgabe am Freitag, 24. 11. 06

Abgabe am Freitag, 1. 12. 06, 14:20 Uhr

Aufgabe H 5.1:

Ein stark vereinfachtes Versicherungs-Modell:

In den Intervallen $(n-1, n]$ treffen jeweils Prämien der Höhe 1 ein,
und mit W. $1/2$ tritt *ein* Schaden der Höhe 2 auf, mit W. $1/2$ kein Schaden.

Die Schäden in disjunkten Intervallen seien stochastisch unabhängig.

X_n sei die Reserve für $0 \leq n \leq N$ bei Anfangsreserve $X_0 = K (> 0)$.

Es soll die Wahrscheinlichkeit eines „Ruins“, d.h. „ $X_n \leq 0$ für ein $n \leq N$ “,
für die Zahlenwerte $K = 5$, $N = 8$ bestimmt werden.

- Skizzieren Sie zuerst mögliche Abläufe.
- Bestimmen Sie dann die Wahrscheinlichkeiten einzelner Abläufe und
daraus die gesuchte Ruin-Wahrscheinlichkeit.
- Was ergibt sich für $P(X_8 < 0)$? Fällt Ihnen etwas auf?

Aufgabe H 5.2:

Aus 25 Geräten, von denen 5 defekt seien, werden 6 Stück zufällig
und *ohne* Zurücklegen entnommen und getestet.

- Geben Sie ein geeignetes W-Modell für das Testprotokoll an (defekt $\equiv 1$).
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist (b1) das erste, (b2) das zweite,
(b3) das fünfte Stück defekt?
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass (c1) die ersten beiden Stücke,
(c2) das dritte und vierte Stück defekt sind.

Interpretieren Sie die Ergebnisse von (b) und von (c).

Aufgabe H 5.3:

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, an drei aufeinanderfolgenden Tagen
in Hamburg (a) drei Sonnentage, (b) zwei oder drei Regentage zu erleben.

Nach offiziellen Daten* wird das Wetter regnerisch/ bewölkt/ sonnig sein

- am ersten Tag mit Wahrscheinlichkeit 0.24/ 0.41/ 0.35,
- nach einem Regentag mit Wahrscheinlichkeit 0.46/ 0.41/ 0.13,
- nach bewölktem Wetter mit Wahrscheinlichkeit 0.23/ 0.53/ 0.24,
- nach einem Sonnentag mit Wahrscheinlichkeit 0.11/ 0.27/ 0.62.

Formulieren Sie dazu ein geeignetes mehrstufiges Modell.

- Mit welcher W. ist das Wetter am zweiten Tag regnerisch/ bewölkt/ sonnig?
Fällt Ihnen bei den Zahlenwerten etwas auf?

* Deutsches Klima-Rechenzentrum: www.dkrz.de/wetter/prognosen/modelle.