Gerhard Hübner, Universität Hamburg
Dpt. Mathematik, Schwerpunkt Stochastik

Übungen zur Mathematischen Stochastik

Hausaufgabenblatt 1

Ausgabe am Freitag, 27.10.02
Abgabe am Freitag, 3.11.02, **bis 14:20 Uhr**
in H2, letzte Reihe, in die Mappe Ihrer Ü-Gruppe

Aufgabe H 1.1:

$(A_n, n \in I\!N^*)$ seien Teilmengen von Ω.

(a) Schreiben Sie die folgende Formel für $N = 2$ und $N = 3$ in ausführlicher Form (z.B. $A_1 \cup A_2 = \ldots$)

(b) Beweisen Sie, dass die Formel wohldefiniert und richtig ist, und zwar für beliebiges N, auch für $N = \infty$ $(\bigcup_{i=1}^{0} A_i := \emptyset)$.

$$\bigcup_{n=1}^{N} A_n = \sum_{n=1}^{N} (A_n \setminus \bigcup_{i=1}^{n-1} A_i).$$

Aufgabe H 1.2:

Es sei $\Omega = \{0,1\}^2$.

(a) Zeigen Sie, dass das Mengensystem $\mathcal{E}$, bestehend aus $\emptyset$, Ω, $A := \{(0,1),(1,0),(1,1)\}$ und $B := \{(0,0),(0,1)\}$, keine σ-Algebra ist.

(b) Welche σ-Algebra $\mathcal{A}$ wird von $\mathcal{E}$ erzeugt? Ist $\mathcal{A} = \mathcal{P}(\Omega)$?

(c) Drücken Sie alle Elemente von $\mathcal{A}$ durch A und B aus.

Aufgabe H 1.3:

Stellen Sie die folgenden Teilmengen von $\mathbb{R}^2$ mit Hilfe von Mengen aus $\mathcal{G}_2$ dar:

(a) eine Halbebene $H := \{(x_1, x_2) : x_2 \leq b_2\}$,

(b) ein Geradenstück G mit den Endpunkten $(a_1, a_2), (b_1, b_2)$ und $a_i < b_i$,

(c) ein abgeschlossenes Dreieck mit den Ecken $(0,0), (c,0), (d,h)$, wobei $0 < d < c$ und $h > 0$.

Veranschaulichen Sie Ihren Ansatz jeweils mit einer **Skizze(!)**.