

## Übungen zu Stochastische Prozesse II

**Aufgabenblatt 8:** Abgabe der Hausaufgaben am Do 15. 6. 06

**Aufgabe P 8.1 (Präsenzaufgabe):**

- (a) Modellieren Sie ein  $M|M|1|\infty - \cdot|M|1|\infty$ -Tandem-System mit Poisson( $\nu$ )-Ankunft und Bedienraten  $\mu_1, \mu_2$  (zweidim. Zustandsraum). Ü-Graph?
- (b) Zeigen Sie: Wenn das Gesamtsystem im Gleichgewicht ist, dann auch das erste System, d.h. die 1. Randverteilung der (Gesamt-)Gleichgewichtsverteilung erfüllt die Gleichgewichtsbedingung für das erste System.

**Aufgabe P 8.2 (Präsenzaufgabe):**

Wenden Sie auf das Tandem-System  $M|M|1|\infty - \cdot|M|1|\infty$  soweit möglich die folgenden Sätze an, um jeweils die stationäre Verteilung zu bestimmen.

- (a) Theorem 1.2 (Reversibilität),
  - (b) Theorem 1.13 (Zeitumkehrung),
  - (c) Theorem 1.14 (dynamische Reversibilität),
- bei (b) und (c) mit der Vermutung, dass eine Produkt-Verteilung vorliegt.

**Aufgabe H 8.1:** Zeigen Sie: Wenn das Tandem-System aus P 8.1 im Gleichgewicht ist, dann ist auch das **zweite** System im Gleichgewicht **und** die 2. Randverteilung der (Gesamt-)Gleichgewichtsverteilung erfüllt die Gleichgewichtsbedingung für das zweite System (bei Ankunftsrate  $\nu$ ). (Mit Schnittprinzip, P 8.1 (b) und der stoch. Unabh. von  $N_1(t_0), N_2(t_0)$ .)

**Aufgabe H 8.2:** Machen sie aus dem Tandem von Aufg. P 8.1 ein geschlossenes System, indem die abgehenden Kunden aus Station 2 sich wieder in Station 1 einreihen. Bestimmen Sie die stationäre Verteilung bei einer Gesamt-Kundenanzahl  $N$  (angefangen mit  $N = 1, 2$ ).

**Aufgabe H 8.3:**

Im Modell von Aufgabe H 7.3 gilt:  $\pi_j = \pi_0 \binom{M}{j} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j, j = 0, 1, \dots, K$ .

- (a) Bestimmen Sie die Verteilung der Zahl der belegten Leitungen unmittelbar **vor** der Ankunft eines „typischen“ Kunden (in  $(t, t+h)$ ).
- (b) Zeigen Sie: Es ergibt sich die stationäre Verteilung eines entspr. Systems mit  $M-1$  mögl. Nutzern. Vergleichen Sie dazu die beiden Ausdrücke.
- (c) Interpretieren Sie (b) damit, dass der gerade Ankommende nicht mehr zu den untätigen Kunden und noch nicht zu den aktiven Kunden gehört.