

Übungen zu Stochastische Prozesse II

Aufgabenblatt 11:

Abgabe der Hausaufgaben am Do 6. 7. 06

Aufgabe P 11.1 (Präsenzaufgabe):

Modellieren Sie eine Bedienstation (j) mit K_j Bedienern, Bedienrate μ_j durch δ_j und γ_j so, dass sich die Bediendisziplin SIRO (random order) ohne Bedien-Unterbrechung ergibt.

Aufgabe P 11.2 (Präsenzaufgabe):

In einer Variante des Routen-Modells (SN 3.1) sei $\Phi_j(n_j) = 0$ für $n_j \leq K_j$ und > 0 für $n_j > K_j$, (sonst alles gleich).

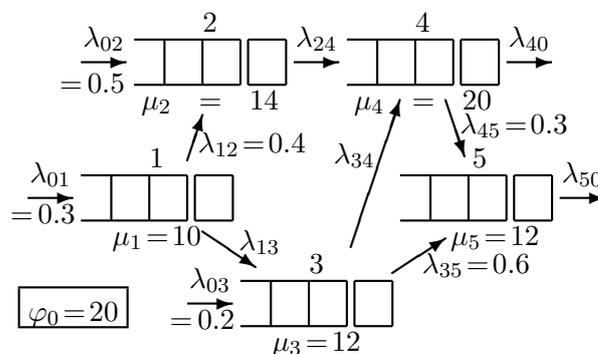
Bestimmen Sie die stationäre Verteilung $\tilde{\pi}(\mathbf{n})$ (\tilde{b}_j nicht explizit).

Aufgabe H 11.1:

In einem Bediensystem mit *einem* Bediener und beliebig großem Warteraum kommen Kunden vom Typ 1 und 2 (unabhängig voneinander) mit den Raten ν_1 und ν_2 an. Die Bedienzeiten seien st.u. und $\text{Exp}(\mu_1)$ - bzw. $\text{Exp}(\mu_2)$ -verteilt. Wenn ein Kunde ankommt, wird dieser sofort bedient. Falls der Bediener gerade aktiv war, wird die bisherige Bedienung unterbrochen. Wenn eine Bedienung zu Ende ist, wird diejenige Bedienung fortgesetzt, die durch die gerade beendete Bedienung unterbrochen wurde (sofern das System nicht leer ist).

- (a) Verschaffen Sie sich einen Überblick über die möglichen Zustände und Übergänge. Fangen sie mit den einfachsten Zuständen an.
- (b) Zeigen Sie, dass der Übergangs-Graph eine Baumstruktur hat.
- (c) Zeigen Sie: Falls $\rho := \sum_{i=1}^2 (\nu_i / \mu_i) < 1$, gibt es eine stat. Verteilung mit der Struktur $\pi_{(t_1, \dots, t_n)} = (1 - \rho) \prod_{m=1}^n (\nu_{t_m} / \mu_{t_m})$ ($t_m = \text{Kd.-Typ}$).
- (d) Zeigen Sie: Die Gesamt-Kd.-Zahl hat die stat. Vert. ($\tilde{\pi}_k = (1 - \rho) \rho^k$).

Aufgabe H 11.2: Modellieren Sie das abgeb. Jackson-Netz als Routen-Netz:



- (a) Bestimmen Sie alle möglichen Routen durch das Netz (Liste).
- (b) Bestimmen Sie die Ankunftsrate (= Abgangsrate) für jede Route (Formel, Zahlenwerte für 4 Routen).
Hinweis: Die Gesamt-Ankunftsrate aller Routen ergibt φ_0 (bzw. $\varphi_0 \lambda_{03}$ für alle Routen mit Start in Station 3).
- (c) Zeigen Sie: „ α_j im Jackson-Netz“ = „ \mathbf{a}_j im Routen-Netz“.