

Übungen zu Stochastische Prozesse I

Präsenzaufgabenblatt 3:

Besprechung am Montag, 7. 11. 03

Aufgabe P 3.1:

Berechnen Sie für Beispiel 5 aus Abschnitt 4 der Vorlesung

$$(I = \{1, 2, 3\}, p_{11} = 0.2, p_{12} = 0.4, p_{13} = 0.4, \\ p_{22} = 1.0, p_{31} = 0.4, p_{33} = 0.6)$$

die Größen $f_{31}^{(n)}$, f_{31}^* , f_{13}^* , m_{12} , m_{31} und m_{32} .

Aufgabe P 3.2:

(a) Zeigen Sie für die symmetrische „Irrfahrt“ auf \mathbb{N}_0
mit $p_{00} = 1$ und $p_{i,i+1} = p$, $p_{i,i-1} = q$ für $i > 0$:

Die Abbildung $i \mapsto f_{i0}^*$, $i \geq 1$, ist linear,
und der Graph geht durch den Punkt $(0, 1)$.

(b) Was folgt daraus für die Steigung der Gerade
und für die Werte f_{i0}^* , $i \geq 1$?

(c) Was ergibt sich dann für f_{00}^* ?

Aufgabe P 3.3:

Satz 3.8 der Vorlesung lautet:

Für alle $j \in K_r(i)$ existiert ein $N(i, j) \in \mathbb{N}^*$ mit $p_{ij}^{(nd_i+r)} > 0 \forall n \geq N(i, j)$.

(a) Bestimmen Sie für das folgende Beispiel den minimalen Wert $N(0, 0)$:

Es sei $I = \{-3, -2, -1, 0, 1, \dots, 6\}$

und $p_{i,i+1} = 1$ für $i = -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5$,

$p_{60} = 1$, $p_{0,-3} = p_{01} = 1/2$, \mathbf{p}_0 beliebig.

(b) Wie könnte eine allgemeine Formel für $N(i, i)$ bei zwei „Schleifen“ aussehen?