Übungen zu Stochastische Prozesse II

Aufgabenblatt 7: Abgabe der Hausaufgaben am **Mo 07. 06. 04**

Aufgabe P 7.1 (Präsenzaufgabe): (Zur Erinnerung)

Gegeben sei ein stationäres M|M|1|∞-Bediensystem mit stetiger Zeit (Ankunfts-/Bedienrate = ν bzw. μ).

(a) Bestimmen Sie die stationäre Verteilung. (Was gilt für ν und μ?)

(b) Berechnen Sie die W., dass ein ankommender Kunde genau k Kunden vorfindet. Betrachten Sie dazu eine Ankunft im Intervall $(t, t{+}h)$ und $\{X_t{=}k\}$.

(c) Welche Aussage entsteht aus (b) bei Zeitumkehrung?

Aufgabe H 7.1:

Es liege das Modell von Aufgabe H 6.1 vor: eine Telefon-Vermittlung mit M möglichen Nutzern, K Leitungen, Ankunftrate $(M-j)\lambda$, Bedienrate $j\,\mu$.

Hinweis: In Aufg. H 6.1 (b) gilt: $\pi_j = \pi_0\binom{M}{j}(\frac{\lambda}{\mu})^j,\ j{=}0, 1, \dots, K$.

(a) Bestimmen Sie die Verteilung der Zahl der belegten Leitungen unmittelbar **vor** der Ankunft eines „typischen“ Kunden. Betrachten Sie dazu (wie in Aufgabe P 7.1) Ankünfte im Zeitraum $(t, t+h)$.

(b) Zeigen Sie: Es ergibt sich die stationäre Verteilung eines entsprechenden Systems mit $M-1$ möglichen Nutzern. Vergleichen Sie dazu die beiden Ausdrücke.

(c) Interpretieren Sie das Ergebnis unter der Betrachtungsweise, dass der gerade ankommende Kunde nicht mehr zu den untätigen Kunden und noch nicht zu den aktiven Kunden gehört.

Aufgabe H 7.2:

(a) Modellieren Sie ein M|M|1|∞ - $\cdot$|M|1|∞-Tandem-System mit Poisson(ν)-Ankunft und Bedienraten μ_1, μ_2 (zweidim. Zustandsraum).

(b) Skizzieren Sie den Übergangs-Graph für $i_1, i_2 \leq 3$.

(c) Zeigen Sie:
Wenn das Gesamtsystem im Gleichgewicht ist, dann auch das erste System, d.h. die 1. Randverteilung der (Gesamt-)Gleichgewichtsverteilung erfüllt die Gleichgewichtsbedingung für das erste System.