

Übungen zu Stochastische Prozesse II

Aufgabenblatt 5: Abgabe der Hausaufgaben am **Mo 17. 05. 04**

Aufgabe P 5.1 (Präsenzaufgabe):

Überprüfen Sie Satz Et 5.10 ($U(t) - t/\mu \rightarrow \dots$) für $F = G \sim \text{Exp}(\alpha)$.

Aufgabe P 5.2 (Präsenzaufgabe):

Prüfen Sie für ein Bauteil mit einer Exponential(α)-verteilten Lebensdauer, für welche T die Alters-Erneuerung vorteilhaft bzw. optimal ist.

Aufgabe H 5.1: Wird gestrichen!

Aufgabe H 5.2:

Die Lebensdauer Y_i eines Bauteils sei Weibull(α, β)-verteilt

$$[F(x) = (1 - e^{-\alpha x^\beta}) 1_{(0, \infty)}(x), \text{ vgl. Aufgabe H 2.2}].$$

- (a) Wie groß ist die (bedingte) W. $p_t(x)$, dass das Bauteil weitere x Zeiteinheiten überlebt, falls es bereits das Alter t überschritten hat? Geben Sie auch die zugehörigen (bedingten) Verteilungsfunktionen $x \mapsto F_t(x)$ an ($t=0, t>0$).
- (b) Prüfen Sie für verschiedene Werte von β , ob $p_t(x)$ größer oder kleiner ist als $p_0(x)$, speziell für $\beta = 1/2, 1, 2$.
- (c) Was können Sie aus (a) und (b) – ohne Rechnung – für die Erwartungswerte EY_i und $E(Y_i - t | Y_i > t)$ folgern?

Aufgabe H 5.3: Fortsetzung von H 5.2.

- (a) Berechnen Sie den Erwartungswert EY_i in Abhängigkeit von β , speziell für $\beta = 1/2, 1, 2$.
Hinweis: Mit $F_t(x)$, Substitution $u = x^\beta$ und Gamma-Verteilungen.
- (b) Bestimmen Sie die stationäre Start-Verteilungsfunktion G_F zu F .
(Integral-Auswertung nur f. $\beta = 1/2$ mit $\Gamma_{\alpha,2}$ -VF $F_{\alpha,2}(x) = 1 - e^{-\alpha x}(1 - \alpha x)$.)
- (c) Geben Sie unter Verwendung von (a) und (b) eine Bedingung an, unter der die Alterserneuerung lohnend ist.
- (d) Geben Sie – entsprechend zu (c) – eine Bedingung für optimales T an.