

Übungen zu Stochastische Prozesse II

Aufgabenblatt 3:

Abgabe der Hausaufgaben am Mo 3.5.04

Aufgabe P 3.1 (Präsenzaufgabe):

- (a) Warum gilt im Beweis von Lemma Et 5.7 $\widetilde{U}(t) - F * \widetilde{U}(t) = 1$?
(b) Interpretieren Sie die Abschätzung aus Lemma Et 5.7 direkt mit
 $(1 - F(h))^{-1} = 1 + F(h) + (F(h))^2 + \dots$

Aufgabe P 3.2 (Präsenzaufgabe):

- (a) Wann gilt der folgende Satz:
Aus $z(t) := Z(t) - (Z * F)(t)$ folgt $Z(t) \rightarrow \frac{1}{\mu} \int_0^\infty z(s) ds$ für $t \rightarrow \infty$.
(b) Zeigen Sie mit (a) und geeignetem $\tilde{z}(t)$:
(b1) $\widetilde{Z}(t) := \widetilde{U}(t) - \widetilde{U}(t-h) \xrightarrow{(t \rightarrow \infty)} \frac{h}{\mu}$, $(\widetilde{U}(t) = \sum_{n=0}^\infty F^{n*})$
(b2) $Z(t) := U(t) - U(t-h) \xrightarrow{(t \rightarrow \infty)} \frac{h}{\mu}$ (mit $U(t) = E[\widetilde{U}(t - Y_1)]$?).

Aufgabe H 3.1:

Zeigen Sie (als Nachtrag „Beispiel 3“ zu ET 4) :

- (a) Für $Z(t) := P(W_t < w)$ und $F = G$ gilt:
 $Z(t) = z(t) + F * Z(t)$ mit $z(t) = [1 - F(s)] 1_{[0,w)}(s)$.
(b) Gibt es eine entsprechende Aussage für beliebiges G ?
(Nicht nur mit ‘ja/nein’ beantworten!)

Aufgabe H 3.2:

Eine Maschine arbeite nach der i -ten Inspektion (Insp.Nr $i=1$ z.Zt. $t=0$)
bis zur ersten Störung Y_{1i} Zeiteinheiten (Verteilungsfkt. F_1)

Mit W. p wird die Störung sofort behoben (z.B. Öl nachgefüllt),
andernfalls dauert die Reparatur Y_{2i} Zeiteinheiten (Verteilungsfkt. F_2).
Es sei $X_t=1$, falls die Maschine arbeitet.

- (a) Bestimmen Sie die Verteilungsfunktion F und den Erwartungswert
der Zeit Y_i zwischen zwei Inspektionen.
(b) Bestimmen Sie eine Erneuerungsgleichung für $Z(t) := P(X_t = 1)$.
(c) Bestimmen Sie $\lim_{t \rightarrow \infty} P(X_t = 1)$ mit Hilfe von Et 5.6 (b).