

Übungen zu Stochastische Prozesse II

Aufgabenblatt 2: Abgabe der Hausaufgaben am **Mo 26. 04. 04**

Aufgabe P 2.1 (Präsenzaufgabe):

(a) Zeigen Sie, dass für den Erwartungswert von Y_1^{st} (mit VF G_F) gilt:

$$EY_1^{st} = EY_2^2 / (2\mu).$$

(b) Gibt es eine Verteilung P^{Y_2} mit $EY_2 < \infty$ und $EY_1^{st} = \infty$?

Aufgabe P 2.2 (Präsenzaufgabe):

Bestimmen Sie für einen Erneuerungsprozess mit $Y_2, Y_3, \dots \sim \mathcal{R}(0, 1)$

(a) die R-Dichte g_F der stationären Startverteilung $P^{\bar{Y}_1}$ (Skizze!),

(b) die zugehörige Verteilungsfunktion G_F ,

(c) den Erwartungswert $E\bar{Y}_1$ von \bar{Y}_1 .

Aufgabe H 2.1:

Bei einem Erneuerungsprozess benötige die Ersetzung eines defekten Bauteils a Zeiteinheiten. Die Lebensdauer jedes Teils sei $\text{Exp}(1/b)$ -verteilt.

Die ZV Y_2, Y_3, \dots setzen sich jeweils daraus zusammen.

Bestimmen Sie (allgemein) und skizzieren Sie für $a = 2, b = 3$

(a) die R-Dichte f^{Y_2} und die VF $F = F^{Y_2}$ zu Y_2 .

(b) die R-Dichte, die VF und den Erw.wert der stationären Startverteilung.

Aufgabe H 2.2:

Gegeben sei eine Lebensdauerverteilung P^Y mit (auf $\mathbb{R}_{\geq 0}$) stetiger R-Dichte f^Y und Verteilungsfunktion F^Y .

(a) Geben Sie die **Ausfallrate** $r^Y(x) := \lim_{h \downarrow 0} P(Y \leq x + h | Y > x) / h$ mit Hilfe von f^Y und F^Y an.

(b) Zeigen Sie die Umkehrung $f^Y(x) = r^Y(x) \cdot e^{-R(x)}$, $R(x) := \int_0^x r^Y(t) dt$ ($x \geq 0$).
Hinweis: Drücken Sie dazu f^Y und r^Y durch $\bar{F}^Y := 1 - F^Y$ (bzw. $\ln(\bar{F}^Y)$) aus, und berechnen Sie daraus \bar{F}^Y .

(c) Berechnen Sie (mit (b)) zu den Ausfallraten $r^Y(x) := \alpha \beta x^{\beta-1} 1_{(0, \infty)}(x)$ mit $\alpha, \beta > 0$ die zugehörigen R-Dichten f^Y und Verteilungsfunktionen F^Y .