

## Übungen zu Stochastische Prozesse II

**Aufgabenblatt 10:** Abgabe der Hausaufgaben am **Mo 28.06.04**

**Aufgabe P 10.1 (Präsenzaufgabe):**

Behandeln Sie zu Aufg. H 10.2: FCFS und SIRO (service in random order).

**Aufgabe H 10.1:**

In einem  $M|M|1|\infty - \cdot|M|1|\infty$ -Tandem-System mit  $\text{Poisson}(\nu)$ -Ankunft an der ersten Station und Bedienraten  $\mu_1, \mu_2$  gelte die LCFS-Bedienregel mit Unterbrechung, d.h. bei Ankunft eines Kunden wird die bisherige Bedienung unterbrochen und bei Bedienung dieses Kunden wieder aufgenommen.

- (a) Skizzieren Sie einen Pfad von  $(N_1(t), t \geq 0)$  – mit  $N_1(0) = 0$ ,  $\max_t N_1(t) \geq 4$  und am Ende  $N_1(t) = 0$  – und nummerieren Sie die Zu- und Abgänge entsprechend der Ankunftsreihenfolge der Kunden.

Zeigen Sie:

- (b) Wenn bei Ankunft eines Kunden (z.Zt.  $\tau_0$ ) bereits  $m$  Kunden in der Station sind, dann sind unmittelbar nach Abgang dieses Kunden (z.Zt.  $\tau_1$ ) wieder  $m$  Kunden in der Station.
- (c) Im ersten System ist die Verweilzeit  $W_1$  eines Kunden stoch. unabhängig vom Abgangsprozess nach seinem Abgang. Zeigen Sie dazu:
- (c1) Die Verweilzeit  $W_1$  hängt nur vom Ankunftsprozess zwischen  $\tau_0$  und  $\tau_1$  ab.
- (c2) Der Abgangsprozess nach  $\tau_1$  ist stoch. unabhängig von der Verweilzeit  $W_1$  (mit Hilfe von Zeitumkehrung).
- (d) Die Verweilzeiten eines Kunden in beiden Systemen sind stoch. unabhängig.

**Aufgabe H 10.2:**

Bestimmen Sie für eine einzelne Bedienstation mit  $K$  Bedienern und für die i. Folg. beschriebenen Bedienungs-Regeln die Positions-Zuordnungsfunktion  $\delta$  und geben Sie jeweils eine kurze Begründung an.

Die Kunden auf den Positionen 1 bis  $K$  werden jeweils mit gleicher Intensität  $\mu$  bedient. (Damit sind die Funktionen  $\gamma$  und  $\varphi$  festgelegt.)

- (a) **LCFS o.U.** (ohne Unterbrechung): Sind alle Bediener beschäftigt, muss ein ankommender Kunde warten. Sobald ein Bediener frei wird, beginnt für den **zuletzt** angekommenen Kunden die Bedienung.
- (b) **LCFS m.U.** (mit Unterbrechung): Sobald ein Kunde ankommt, wird mit seiner Bedienung begonnen. Ist kein Bediener frei, wird die z.Zt. am längsten andauernde Bedienung unterbrochen und bei Freiwerden eines Bedieners als erste wieder aufgenommen.