

## Übungen zu Stochastische Prozesse I

### Präsenzaufgabenblatt 11:

Besprechung am Montag, 26. 1. 04

#### Aufgabe P 11.1:

Sei  $P_n$  die Menge aller Permutationen von  $\{1, 2, \dots, n\}$   
und  $s_i$  die Symmetrie-Abbildung  $s_i : \Omega := \Omega_1^n \rightarrow \Omega_1^n$  mit  $i \in P_n$   
und  $s_i((\omega_1, \dots, \omega_n)) := (\omega_{i_1}, \dots, \omega_{i_n})$ .

Außerdem sei  $\mathcal{C}$  die Menge der bzgl. aller  $s_i$  invarianten Mengen  
aus  $\mathcal{A} := \mathcal{A}_1 \otimes \dots \otimes \mathcal{A}_1$ .

- Beschreiben Sie die Mengen aus  $\mathcal{C}$  für  $n=2$  anschaulich  
und für beliebiges  $n$  in Formeln.
- Beschreiben Sie die  $\mathcal{C}$ -messbaren Abbildungen  $X_0 : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ .
- Zeigen Sie, dass für jede integrierbare ZV  $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  gilt:

$$E(X | \mathcal{C}) = \frac{1}{n!} \sum_{i \in P_n} X \circ s_i \quad (P\text{-f.s.}).$$