Universität Hamburg
Department Mathematik SoSe 2009

Übungsaufgaben zur Vorlesung Algebra

Blatt 4

Abgabe: 12.05.2009

(Bitte geben Sie Ihre Lösungen auf nach Aufgaben getrennten Blättern ab.)

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Bestimmen Sie die kleinste natürliche Zahl x so dass

$$x \equiv 12 (\mathrm{mod} 31) \qquad x \equiv 87 (\mathrm{mod} 127) \qquad x \equiv 91 (\mathrm{mod} 255)\,.$$

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Man bestimme die Menge $\{ord(\tau) : \tau \in S_9\}$ und berechne die Ordnung $ord(\sigma)$ für jede der folgenden Permutationen:

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 123456789 \\ 234567198 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \sigma_1^3,$$

$$\sigma_3 = \begin{pmatrix} 123456789 \\ 345672198 \end{pmatrix}, \sigma_4 = \sigma_1^{-1}, \sigma_5 = \sigma_1 \sigma_2.$$

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Zeigen Sie: Untergruppen zyklischer Gruppen sind zyklisch.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

a) Zeigen Sie: $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ ist nicht zyklisch für $n \geq 2$.

b) Seien $q_1, \ldots, q_n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie: $\mathbb{Z}/q_1\mathbb{Z} \times \cdots \times \mathbb{Z}/q_n\mathbb{Z}$ ist zyklisch genau dann wenn $q_1, \ldots, q_n$ paarweise teilerfremd sind.

Aufgabe 5 (Präsenz)

Bestimmen Sie die kleinste natürliche Zahl x so dass

$$x \equiv 3 (\mathrm{mod} 17) \qquad x \equiv 4 (\mathrm{mod} 11) \qquad x \equiv 5 (\mathrm{mod} 6)\,.$$