

Übungsaufgaben zur Vorlesung Algebra

Blatt 3

Abgabe: 05.05.2009

(Bitte geben Sie Ihre Lösungen auf nach Aufgaben getrennten Blättern ab.)

Aufgabe 1 (4 Punkte)

- (a) Klassifizieren Sie alle Gruppen, die genau vier Elemente haben.
- (b) Bestimmen Sie die Gruppen $\text{Aut}(G)$ aller in (a) bestimmten Gruppen G .

Aufgabe 2 (4 Punkte)

- (a) Sei G eine Gruppe und U eine Untergruppe von G mit der Eigenschaft, dass G/U aus genau zwei Nebenklassen besteht. Zeigen Sie, dass dann U ein Normalteiler ist.
- (b) Sei G Gruppe und Z ihr Zentrum. Zeigen Sie: Ist G/Z zyklisch, so ist G abelsch. Folgern Sie, dass $[G : Z]$ keine Primzahl ist.

Aufgabe 3 (Präsenz)

- (a) Klassifizieren Sie alle Gruppen, die genau drei Elemente haben.
- (b) Bestimmen Sie die Gruppen $\text{Aut}(G)$ aller in (a) bestimmten Gruppen G .