Prof. Dr. M. Hinze WS 2007/2008

Übungen zur Vorlesung Funktionalanalysis
Blatt 10
Abgabetermin: 21.01.2008 vor der Übung

Aufgabe 1: (4 Punkte) (Hilbert Räume sind reflexiv). Weisen Sie nach, dass jeder Hilbert Raum reflexiv ist.

Aufgabe 2: (4 Punkte) (Kompakte Operatoren sind vollstetig). Seien X, Y normierte Räume, $A \in L(X, Y)$ und $\overline{A(\overline{B_1(0)})} \subset Y$ sei kompakt. Zeigen Sie, dass A *vollstetig* ist, d.h.

$$x_n \rightharpoonup x \text{ in } X \text{ für } n \to \infty \Longrightarrow Ax_n \to Ax \text{ in } Y \text{ für } n \to \infty.$$

Aufgabe 3: (4 Punkte) (Vollstetigkeit impliziert Kompaktheit). Sei X reflexiv und Y Banach Raum. $A : X \to Y$ sei linear und vollstetig. Weisen Sie $A \in K(X, Y)$ nach.

Aufgabe 4: (4 Punkte) (L^p ist reflexiv für $1 < p < \infty$). Sei $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ meßbar. Weisen Sie nach, dass $L^p(\Omega)$ für $1 < p < \infty$ reflexiv ist. Tipp: Satz 3.8, iv.).