Fachbereich Mathematik
Matthias Hamann

WS 2013/14
11. Dezember 2013

## Übungen zur Kombinatorischen Gruppentheorie

## Blatt 9

**Aufgabe 1:** Eine Gruppe $G$ operiere parabolisch auf einem Baum $T$ und enthalte nur elliptische Elemente. Zeigen Sie, dass es einen nicht-leeren $G$-invarianten echten Teilbaum von $T$ gibt.

**Aufgabe 2:** Die Bezeichnungen seien wie im Satz 3.6.2. Sei

$$R = \left\langle \bigcup \left\{ H \cap G_i^h \mid i \in I, h \in H \right\} \right\rangle .$$

Zeigen Sie die folgenden Aussagen:

(1) $R$ ist der kleinste Normalteiler von $H$, der die $H_{i,x}$ mit $i \in I$, $x \in X_i$ enthält.

(2) $H/R \cong F$.

**Aufgabe 3:** Zeigen Sie folgende Verstärkung von Satz 3.5.6:

*Genau dann hat eine Gruppe $G$ die Eigenschaft* (FA), *wenn die folgenden drei Aussagen gelten:*

(1) *Es gibt keine unendliche Folge $U_0 < U_1 < \ldots$ von Untergruppen mit*

$$\bigcup_{i \in \mathbb{N}} U_i = G,$$

(2) *$G$ ist kein echtes freies Produkt mit Amalgamation,*

(3) *$G$ ist keine HNN-Erweiterung.*

**Aufgabe 4:** Sei $\mathbb{G} = (\mathcal{G}, \Gamma)$ ein Graph von Gruppen, sodass $\Gamma$ und jede Eckengruppe endlich sind. Zeigen Sie, dass $\pi_1(\mathbb{G})$ eine freie Untergruppe von endlichem Index hat.

* Diese Aufgabe ist auch eine schriftliche Aufgabe.

Abgabe der schriftlichen Aufgabe: am 18. Dezember 2013
Besprechung am 18. Dezember 2013