Fachbereich Mathematik
Matthias Hamann

WS 2013/14
13. November 2013

Übungen zur Kombinatorischen Gruppentheorie

Blatt 5

Aufgabe 1: Zeigen Sie folgende Aussage:

Die Gruppe G operiere auf X. Seien $H_1, H_2 \leq G$ mit $|H_1| \geq 2$ und $|H_2| \geq 3$. Es seien A, B zwei nicht-leere Teilmengen von X mit $A \not\subseteq B$. Es gelte $Bg \subseteq A$ für alle $g \in H_1$ mit $g \neq 1$ und $Ag \subseteq B$ für alle $g \in H_2$ mit $g \neq 1$. Dann ist die von H_1 und H_2 erzeugte Untergruppe von G isomorph zu $H_1 * H_2$.

Aufgabe 2: Sei G eine Gruppe. Zeigen oder widerlegen Sie die folgende Aussage: Genau dann enthält G eine freie Untergruppe vom Rang 2, wenn es einen Baum gibt, auf dem G hyperbolisch operiert.

Aufgabe 3: Die Gruppe G operiere inversionsfrei und treu auf dem Baum T. Zeigen oder widerlegen Sie die folgende Aussage: Jedes $g \in G$ mit unendlicher Ordnung ist hyperbolisch.

Aufgabe 4*: Sei T ein k-regulärer Baum für ein $k \in \mathbb{N}$ mit $k \geq 3$. Konstruieren Sie eine Gruppe, die parabolisch auf T operiert.

* Diese Aufgabe ist auch eine schriftliche Aufgabe.

Abgabe der schriftlichen Aufgabe: am 20. November 2013
Besprechung am 20. November 2013