

Übungen zur Kombinatorischen Gruppentheorie

Blatt 12

Aufgabe 1: Bestimmen Sie die Wachstumsfunktion einer freien Gruppe F mit $2 \leq \text{rk}(F) \in \mathbb{N}$ bezüglich eines freien Erzeugendensystems.

Aufgabe 2: Sei G eine durch eine endliche Menge S erzeugte Gruppe. Zeigen Sie die folgenden Aussagen:

(1) Für alle $r, r' \in \mathbb{N}$ gilt

$$\beta_{G,S}(r + r') \leq \beta_{G,S}(r) \cdot \beta_{G,S}(r').$$

(2) Sei F eine freie Gruppe mit freiem Erzeugendensystem S . Für alle $r \in \mathbb{N}$ gilt

$$\beta_{G,S} \leq \beta_{F,S}.$$

Aufgabe 3: Zeigen Sie die folgenden Aussagen:

(1) Dominanz von verallgemeinerten Wachstumsfunktionen ist eine Quasiordnung.

(2) Äquivalenz von verallgemeinerten Wachstumsfunktionen ist eine Äquivalenzrelation.

Aufgabe 4: Zeigen Sie, dass \mathbb{Z}^n für jedes $n \in \mathbb{N}$ polynomielles Wachstum hat.

Aufgabe 5*: Sei Γ ein hyperbolischer Graph und $x, y \in V(\Gamma)$. Zeigen Sie, dass eine Konstante λ existiert mit $d(x_i, y_i) \leq \lambda$ für je zwei geodätische x - y -Wege $P = x_0 \dots x_n$ und $Q = y_0 \dots y_n$ in Γ .

* Diese Aufgabe ist auch eine schriftliche Aufgabe.

Abgabe der schriftlichen Aufgabe: am 22. Januar 2014

Besprechung am 22. Januar 2014