
Übungen zur Kombinatorischen Gruppentheorie

Blatt 10

Aufgabe 1: Zeigen Sie, dass die Definition eines Ranges von Gruppen mit der in Abschnitt 2.1 gegebenen für freie Gruppen übereinstimmt.

Aufgabe 2: Zeigen Sie, dass der Rang einer Gruppe G der kleinste Rang von freien Gruppen F ist, für die es einen Epimorphismus $F \rightarrow G$ gibt.

Aufgabe 3: Zeigen Sie die folgende Aussage:

Sei Γ ein Graph, auf dem eine Gruppe G Ecken-transitiv operiert. Wenn Γ mindestens drei Enden hat, so hat Γ bereits unendlich viele Enden.

Aufgabe 4: Sei $(T, ^-, \prec)$ eine Baum-Menge. Zeigen Sie, dass

$$[t_1, t_2] := \{t \in T \mid t_1 \prec t \prec t_2\}$$

eine Totalordnung ist.

Aufgabe 5: Sei $(T, ^-, \prec)$ eine Baum-Menge. Zeigen Sie, dass

$$t_1 \sim t_2 :\Longleftrightarrow t_1 = t_2 \vee (t_1 \prec \overline{t_2} \wedge [t_1, \overline{t_2}] = \emptyset)$$

eine Äquivalenzrelation ist.

Aufgabe 6*: Sei $(T, ^-, \prec)$ eine Baum-Menge. Zeigen Sie, dass mit der Kantenmenge T und Eckenmenge $T/\sim$ ein Baum definiert wird.

Zusatzaufgabe: Zeigen Sie Proposition 3.8.6:

Eine Gruppe ist genau dann erreichbar, wenn sie die Fundamentalgruppe eines endlichen Graphen von Gruppen ist, dessen Kantengruppen endlich sind und dessen Eckengruppen höchstens ein Ende haben.

* Diese Aufgabe ist auch eine schriftliche Aufgabe.

Abgabe der schriftlichen Aufgabe: am 8. Januar 2014

Besprechung am 8. Januar 2014