Übungen zur Gruppentheorie

Blatt 5

Aufgabe 1: Genau dann ist $\text{Aut}(Q_{2^n})$ eine 2-Gruppe, wenn $n \geq 4$.

Aufgabe 2*: Ist $F(G)$ eine p -Gruppe, dann ist $F(G/F(G))$ eine p' -Gruppe.

Aufgabe 3: Bestimmen Sie $\Omega(P)$ für die p -Gruppen P der Ordnung p^3 .

Aufgabe 4: Seien A, B zwei nicht-abelsche Gruppen der Ordnung p^3 , sei $Z(A) = \langle a \rangle$ und $Z(B) = \langle b \rangle$ und sei $P := (A \times B)/\langle ab \rangle$. Dann ist P eine extraspezielle p -Gruppe.

Aufgabe 5*: In der Gruppe $GL_2(3)$ aller invertierbaren 2×2 -Matrizen über dem Körper mit 3 Elementen sei

$$P := \left\langle \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\rangle.$$

Zeigen Sie, dass P isomorph zu Q_8 ist und ein Normalteiler von $GL_2(3)$ ist.

Aufgabe 6: Sei G auflösbar. Zeigen Sie, dass eine maximale Untergruppe von G existiert, die ein Normalteiler ist.

Nur vier der Aufgaben sind verpflichtend.

* Dies ist auch eine schriftliche Aufgabe.

Besprechung am 15. Juni 2023