Dr. Matthias Hamann
Daniel Weißauer

SoSe 2015
13. April 2015

Übungen zur Graphentheorie

Blatt 2

Aufgabe 1: Zu einem Graphen G bezeichnet $\overline{G}$ sein *Komplement*, in dem zwei Ecken genau dann benachbart sind, wenn sie es in G nicht sind. Zeigen Sie, dass mindestens einer der beiden Graphen $G, \overline{G}$ zusammenhängend ist.

Aufgabe 2*: Es sei G ein kreisfreier Graph. Zeigen Sie, dass es zwei unabhängige Eckenmengen A und B mit $V(G) = A \cup B$ gibt.

Aufgabe 3*: Es sei G ein Graph mit Minimalgrad $\delta(G) \geq d \geq 2$ und Taillenweite mindestens g. Zeigen Sie, dass G mindestens $n(d,g)$ Ecken besitzt, wobei

$$n(d,g) := \begin{cases} 1 + d\sum_{i=0}^{r-1}(d-1)^i, & \text{falls } g =: 2r+1 \text{ ungerade,} \\ 2\sum_{i=0}^{r-1}(d-1)^i, & \text{falls } g =: 2r \text{ gerade.} \end{cases}$$

Aufgabe 4: Es sei G ein Graph, $C \subseteq G$ ein Kreis der Länge ℓ und P ein Weg der Länge k, dessen Endecken auf C liegen. Zeigen Sie, dass G einen Kreis der Länge mindestens $\frac{\ell}{2} + \frac{k}{\ell}$ enthält. Schlussfolgern Sie, dass G einen Kreis der Länge mindestens $\sqrt{2k}$ enthält.

Aufgabe 5$^+$: *(3 Punkte)* Es sei G ein Graph der Taillenweite mindestens 4. Zeigen Sie, dass G höchstens $\frac{|V(G)|^2}{4}$ Kanten enthält. Geben Sie, für jedes $n \in \mathbb{N}$, einen Graphen mit $2n$ Ecken und n^2 Kanten an, dessen Taillenweite mindestens 4 ist.

* Diese Aufgabe ist auch eine schriftliche Aufgabe.

Abgabe der schriftlichen Aufgabe(n) am 20. April 2013