Dr. Matthias Hamann
Daniel Weißauer

SoSe 2015
29. Juni 2015

Übungen zur Graphentheorie

Blatt 12

Die schriftlichen Aufgaben auf diesem Blatt sind schriftliche Bonusaufgaben.

Aufgabe 1: Sei G ein kubischer Graph mit (bis auf Permutation der Farbklassen) eindeutiger 3-Kantenfärbung. Zeigen Sie, dass G einen Hamiltonkreis hat.

Seien $m, n \in \mathbb{N}$ natürliche Zahlen. Das $(m \times n)$-Gitter ist der Graph mit Eckenmenge $\{1, \ldots, m\} \times \{1, \ldots, n\}$, in dem (a, b) und (c, d) genau dann benachbart sind, wenn $|a - c| + |b - d| = 1$ gilt.

Aufgabe 2*: Seien $m, n \geq 2$ natürliche Zahlen. Zeigen Sie, dass das $(m \times n)$-Gitter genau dann einen Hamiltonkreis besitzt, wenn mn gerade ist.

Aufgabe 3*: Sei $k > 0$ gerade und $n \geq k$. Zeigen Sie, dass es einen k-regulären Graphen mit $2n + 1$ Ecken gibt.

Hinweis: Hamiltonkreise im vollständigen Graphen.

Aufgabe 4: Sei $p \in \{0, 1\}$ konstant. Zeigen Sie, dass fast kein Graph in $\mathcal{G}(n, p)$ einen trennenden vollständigen Teilgraphen hat.

Aufgabe 5$^+$: *(3 Punkte)* Sei G ein Graph, der keinen induzierten Teilgraphen $K_{1,3}$ enthält. Die Nachbarschaft jeder Ecke induziere einen zusammenhängenden Teilgraphen, i. e. $G[N(v)]$ ist zusammenhängend für alle $v \in V(G)$. Zeigen Sie, dass G einen Hamiltonkreis besitzt.

* Diese Aufgabe ist auch eine schriftliche Aufgabe.

Abgabe der schriftlichen Aufgabe(n) am 6. Juli 2015