Dr. Matthias Hamann
Daniel Weißauer

SoSe 2015
22. Juni 2015

Übungen zur Graphentheorie

Blatt 11

Aufgabe 1: Eine *arithmetische Progression* ist eine Zahlenfolge der Form $a, a+d, a+2d, a+3d, \ldots$ Nach einem Satz von van der Waerden enthält bei jeder Bipartition von $\mathbb{N}$ eine der beiden Klassen beliebig lange arithmetische Progressionen. Gibt es sogar immer eine unendlich lange arithmetische Progression in einer der Klassen?

Aufgabe 2*: Beweisen Sie induktiv $2^c < R(2, c, 3) \leq 3\,c!$ für alle $c \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 3: Zeigen Sie, dass es zu jedem $k \in \mathbb{N}$ ein $n \in \mathbb{N}$ gibt, sodass bei jeder Partition von $\{1, \ldots, n\}$ in k Teile mindestens eine der Teilmengen Zahlen x, y, z mit $x + y = z$ enthält.

> *Hinweis:* $a-c = (a-b)+(b-c)$ darf ohne Beweis verwendet werden.

Aufgabe 4*: Ein *Turnier* ist ein orientierter vollständiger Graph. Zeigen Sie, dass jedes Turnier einen gerichteten Hamiltonweg besitzt.

Aufgabe 5$^+$: *(3 Punkte)* Sei G ein Graph, in dem alle Ecken ungeraden Grad haben. Zeigen Sie, dass jede Kante von G auf einer geraden Anzahl von Hamiltonkreisen liegt.

> *Hinweis:* Sei $xy \in E(G)$. Die Hamiltonkreise durch xy entsprechen den Hamiltonwegen in $G - xy$ von x nach y. Definieren Sie einen geeigneten Hilfsgraphen auf der Menge aller in x beginnenden Hamiltonwege in $G - xy$, um die Aussage aus Proposition 0.2.1 zu folgern.

* Diese Aufgabe ist auch eine schriftliche Aufgabe.

Abgabe der schriftlichen Aufgabe(n) am 29. Juni 2015