Dr. Matthias Hamann
Max Pitz

WS 2015/16
zum 23. Oktober 2015

Übungen zur Graphentheorie II

Blatt 2

Aufgabe 1: Zeige, dass in einem zusammenhängenden Graphen die Kantenmengen, die minimal sind mit der Eigenschaft, aus jedem Spannbaum eine Kante zu enthalten, genau die Minimalschnitte sind.

Aufgabe 2*: Beweise den Satz von Gallai, dass man die Kantenmenge eines (Multi-)Graphen G stets als disjunkte Vereinigung $E(G) = C \cup D$ mit $C \in \mathcal{C}(G)$ und $D \in \mathcal{B}(G)$ schreiben kann.

> *Hinweis:* Welche Eigenschaft muss das Kanten-Komplement des Schnittes D erfüllen (Proposition 0.9.1)? Induktion nach $|G|$. Zum Induktionsschritt lösche eine Ecke v ungeraden Grades, und verbinde alle Nachbarn von v untereinander mit zusätzlichen Kanten.

Aufgabe 3$^+$: Es sei F eine Menge von Kanten in einem Graphen G.

- (i) Zeige, dass F genau dann zu einem Element von $\mathcal{B}(G)$ erweiterbar ist, wenn F keinen ungeraden Kreis enthält.
- (ii) Zeige, dass F genau dann zu einem Element von $\mathcal{C}(G)$ erweiterbar ist, wenn F keinen ungeraden Schnitt enthält.

Aufgabe 4: Zeige ohne Benutzung von Satz 2.2.6, dass jede Kante eines 3-zusammenhängenden Graphen G auf einem induzierten nicht trennenden Kreis liegt.

> *Hinweis:* Benutze die Beweisidee aus Satz 2.2.6.

Aufgabe 5: Wie sieht das Dual eines ebenen Baumes aus?

* Diese Aufgabe ist auch eine schriftliche Aufgabe.

Abgabe der schriftlichen Aufgabe(n) am 23. Oktober 2015