Dr. Matthias Hamann
Dr. Max Pitz

WS 2015/16
zum 18. Dezember 2015

Übungen zur Graphentheorie II

Blatt 10

Aufgabe 1: Ist es im zweiten Beweis von Satz 7.3.1 wirklich nötig, in G^{k+1} für $i \notin \{i_1, i_2\}$ verschiedene disjunkte Kopien von V_k^i vorzuhalten, oder könnte man G^{k+1} aus G^k gewinnen, indem man nur P durch P' ersetzt und dieses durch geschickt gewählte Kanten mit den anderen V_i^k verbindet?

Aufgabe 2: Zeige, dass der im zweiten Beweis von Satz 7.3.1 konstruierte Ramseygraph G für H in der Tat $\omega(G) = \omega(H)$ erfüllt.

Aufgabe 3: Es seien $\mathcal{H}_1$ und $\mathcal{H}_2$ zwei minimale Mengen nicht perfekter Graphen, beide mit der Eigenschaft, dass ein Graph genau dann perfekt ist, wenn er keinen Untergraphen in $\mathcal{H}_i$ hat ($i = 1, 2$). Enthalten $\mathcal{H}_1$ und $\mathcal{H}_2$ bis auf Isomorphie die gleichen Graphen?

Aufgabe 4*: Beweise mit Hilfe von Satz 1.1.1, dass das Komplement eines bipartiten Graphen stets perfekt ist.

Aufgabe 5: Zeige, dass ein Graph G genau dann perfekt ist, wenn jeder nicht leere Untergraph H von G eine unabhängige Eckenmenge A mit $\omega(H - A) < \omega(H)$ enthält.

Aufgabe 6$^+$: Zeige, dass man in jedem perfekten Graphen G eine Menge $\mathcal{A}$ unabhängiger Eckenmengen und eine Menge $\mathcal{O}$ von Eckenmengen vollständiger Teilgraphen finden kann, so dass $\bigcup \mathcal{A} = V(G) = \bigcup \mathcal{O}$ gilt und jede Menge aus $\mathcal{A}$ jede Menge aus $\mathcal{O}$ trifft. (Tip: Lemma 4.5.5)

* Diese Aufgabe ist auch eine schriftliche Aufgabe.

Abgabe der schriftlichen Aufgabe(n) am 18. Dezember 2015