

26. Übungsblatt

Abgabetermin: Mi, 04.07.18, zu Beginn der Vorlesung, Abholung um 8:20 Uhr.

Die erste Aufgabe ist eine *S*-Aufgabe. Das Ziel dieser Aufgabe ist es, eine stilistisch perfekte Lösung aufzuschreiben. Die Hälfte der Punkte wird für die Darstellung vergeben.

- 1.^S Sei V ein endlich-dimensionaler $\mathbb{C}$ -Vektorraum und $\varphi \in \text{End}(V)$. Zeigen Sie: Die Anzahl der Jordanblöcke von φ zum Eigenwert λ ist gleich der Dimension des Eigenraums von φ zu λ . (8 Punkte)

2. Berechnen Sie die Jordansche Normalform der folgenden Matrizen und geben Sie jeweils eine zugehörige Basis an. Verifizieren Sie, dass Ihre Basis die nötigen Eigenschaften hat!

$$A := \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -5 & 3 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in M(3, \mathbb{C}), \quad B := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & -2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \in M(6, \mathbb{C}).$$

Hinweis: Die Matrix B ist nilpotent. (16 Punkte)

3. Sei $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ und $A \in M(n, \mathbb{C})$. Zeigen Sie: A und A^t sind zueinander konjugiert. (8 Punkte)

Die folgende Aufgabe ist eine BONUS-Aufgabe. Sie kann, muss aber nicht erreicht werden. Die Punkte zählen nicht zu den Übungspunkten, sondern werden als Extrapunkte vermerkt.

- *4. (a) Sei K ein algebraisch abgeschlossener Körper und sei $n \in \mathbb{N}$, $1 \leq n \leq 6$. Seien $A, B \in M(n, K)$ zwei nilpotente Matrizen. Zeigen Sie: A und B sind genau dann zueinander konjugiert, wenn $p_A = p_B$ und $\text{rk}(A) = \text{rk}(B)$.
(b) Geben Sie zwei nilpotente Matrizen aus $M(7, K)$ an mit gleichem Rang und gleichem Minimalpolynom, die jedoch nicht zueinander konjugiert sind.

(8 Punkte)