Christian Fleischhack Universität Hamburg

Differentialgeometrie II

Übungsblatt 12

Abgabetermin: Montag, 29. Januar 2007, zur Übung

Aufgabe 27 *(4 Punkte)*

Sei $P = M \times G$ das triviale Bündel und θ die kanonische 1-Form auf $\mathfrak{g}$. Setze $\omega := \mathrm{pr}_2^* \, \theta$, wobei $\mathrm{pr}_2 : M \times G \longrightarrow G$ die kanonische Projektion auf die zweite Komponente ist.
1. Zeigen Sie, daß ω eine Zusammenhangsform auf P ist.
2. Zeigen Sie, daß die Krümmungsform zu ω verschwindet.

ω heißt auch *kanonischer flacher* Zusammenhang auf P.

In einem allgemeinen Hauptfaserbündel heißt ein Zusammenhang genau dann flach, wenn er lokal (also in jeder Trivialisierung) isomorph zum kanonischen flachen Zusammenhang ist. Zeigen Sie, daß ein Zusammenhang genau dann flach ist, wenn seine Krümmungsform verschwindet.

Aufgabe 28 *(3 Punkte)*

Sei M eine Mannigfaltigkeit und $L(M)$ das zugehörige Repèrebündel. Zeigen Sie, daß der Raum aller kovarianten Ableitungen auf M isomorph ist zum Raum aller Zusammenhänge in $L(M)$.

Aufgabe 29 *(3 Punkte)*

1. Bestimmen Sie die Öffnungswinkel aller Kegel, für die ein ursprünglich zur Spitze des Kegels zeigender Tangentialvektor nach Parallelverschiebung (bzgl. des Levi-Civita-Zusammenhangs) längs eines Kreises tangential an den Kreis verläuft.
2. Bestimmen Sie die Holonomiegruppen für diese Kegel.
3. Gibt es Kegel mit Holonomiegruppe $\mathbb{Z}_{37}$ bzw. $\mathbb{Z}_{42}$?

Die wie üblich in den $\mathbb{R}^3$ eingebetteten Kegel seien dabei mit der durch die Euklidische Metrik des $\mathbb{R}^3$ induzierten Metrik versehen.