Christian Fleischhack Universität Hamburg

Differentialgeometrie II

Übungsblatt 3

Abgabetermin: Montag, 13. November 2006, zur Vorlesung

Aufgabe 6 *(3 Punkte)*

Zeigen Sie, daß die $SU(2)$ die universelle Überlagerung der $SO(3)$ ist. (Zeigen Sie also insbesondere, daß $SU(2)$ einfach zusammenhängend ist.)

Aufgabe 7 *(5 Punkte)*

Seien M und N Riemannsche Mannigfaltigkeiten, und sei $f : M \longrightarrow N$ eine Riemannsche Submersion[1]. Außerdem sei M vollständig. Zeigen Sie:

- N ist vollständig.
- f ist eine Faserung, d. h., zu jedem $p \in N$ existiert eine Umgebung U von p, so daß $f^{-1}(U)$ diffeomorph zu $U \times f^{-1}(\{p\})$ ist.

Hinweis: In der Vorlesung ist der Fall behandelt worden, daß f zudem eine Immersion ist. In diesem Falle ist f sogar eine Überlagerung.

[1] Das heißt, f ist eine Submersion, und für jedes $q \in M$ ist $f_* \equiv \mathrm{d}f$ eine Isometrie zwischen dem orthogonalen Komplement von $\ker \mathrm{d}f_q \subseteq T_qM$ und $T_{f(q)}N$.