Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

Fachbereich Mathematik
Algebra und Zahlentheorie
Christian Curilla

Grundbildung Lineare Algebra und Analytische Geometrie (LPSI/LS-M2)

Blatt 2 — SoSe 2011 - C. Curilla/ B. Janssens

Präsenzaufgaben

(P3) Ermitteln Sie Real-, Imaginärteil und Betrag von

$$\frac{5+5i}{3-4i}+\frac{20}{4+3i}\,, \qquad \frac{2i}{1-i} \text{ und } \left(\frac{2i}{1-i}\right)^3.$$

(P4) Bestimmen Sie die Lösungen der quadratischen Gleichungen

$$z^2+z+1=0 \text{ und } z^2+4z=-5.$$

Hausaufgaben

(H4) Ermitteln Sie Real-, Imaginärteil und Betrag von

$$\frac{1+i}{1-(1+i)^2} \quad \text{und} \quad \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}+2i}-\frac{1}{3i}}\,.$$

(6 Punkte)

(H5) Beweisen Sie Bemerkung 1.13.2 aus der Vorlesung: Ist $X^2+pX+q\in\mathbb{R}[X]$ ein Polynom mit nicht-reeller Nullstelle α, dann ist $\bar{\alpha}$ eine weitere Nullstelle. *Tipp:* Sie dürfen Satz 1.12 aus der Vorlesung benutzen.

(4 Punkte)

(H6) Sei $E\subseteq\mathbb{C}$ die Teilmenge

$$E:=\{z\in\mathbb{C}\,:\,|z|=1\}\,.$$

Zeigen Sie, dass $(E,\cdot)$ eine Gruppe ist („$\cdot$" bezeichne hierbei die Multiplikation auf den komplexen Zahlen). *Tipp:* Um die Aussage zu zeigen, können Sie auch zeigen, dass $(E,\cdot)$ eine Untergruppe von $(\mathbb{C}\setminus\{0\},\cdot)$ ist.

(6 Punkte)

(H7) Skizzieren Sie folgende Mengen in der Gaußschen Zahlenebene

$$R:=\{z\in\mathbb{C}\,:\,1\le|z|\le 2\} \quad \text{und} \quad K:=\{z\in\mathbb{C}\,:\,|z+3-2i|\le 1\}\,.$$

(4 Punkte)

Die Abgabe der Lösungen zu den Hausaufgaben dieses Zettels muss bis zum **Beginn** der Vorlesung am **Montag, den 18. April 2011** in die dafür vorgesehenen Ordner auf dem Pult erfolgen.