



## Grundbildung Lineare Algebra und Analytische Geometrie (LPSI/LS-M2)

### Blatt 1

SoSe 2011 - C. Curilla/ B. Janssens

#### Präsenzaufgaben

(P1) Mach Sie sich bei den folgenden Gleichungssystemen die Lösung mit einer Skizze deutlich. Lösen Sie dann die Systeme mit den (hoffentlich) aus der Schule bekannten Verfahren.

(a) Lösen Sie das Gleichungssystem

$$\begin{aligned}x + y &= 3 \\x - 2y &= -3\end{aligned}$$

mit dem Gleichsetzungsverfahren.

(b) Lösen Sie das Gleichungssystem

$$\begin{aligned}2x + 3y &= -5 \\-x + y &= 0\end{aligned}$$

mit dem Einsetzungsverfahren.

(c) Lösen Sie das Gleichungssystem

$$\begin{aligned}4x - 2y &= -2 \\-3x + y &= 1\end{aligned}$$

mit dem Additionsverfahren.

(P2) Es sei ein Gleichungssystem

$$\begin{aligned}ax + by &= r \\cx + dy &= s\end{aligned}$$

mit  $(a, b), (c, d) \neq (0, 0)$  gegeben. Außerdem gelte  $ad - bc \neq 0$ ,  $as - cr = 0$  und  $a \neq 0$ . Zeigen Sie, dass das Paar  $(x, y)$  genau dann eine reelle Lösung des Gleichungssystems ist, wenn es von der Form  $(\frac{r-b\beta}{a}, \beta)$  mit einem  $\beta \in \mathbb{R}$  ist.

## Hausaufgaben

(H1) Es sei eine Gleichungssystem

$$\begin{aligned}ax + by &= r \\ cx + dy &= s\end{aligned}$$

mit  $(a, b), (c, d) \neq (0, 0)$  gegeben.

(a) Zeigen Sie, dass folgendes gilt:

$$ad - bc = 0 \Leftrightarrow \exists \lambda \in \mathbb{R} \setminus \{0\} : a = \lambda c \text{ und } b = \lambda d.$$

(4 Punkte)

(b) Sei wieder  $ad - bc = 0$  und  $\lambda$  die reelle Zahl, die Sie nach (a) erhalten. Zeigen Sie, dass das Gleichungssystem lösbar ist, wenn  $r = \lambda s$  gilt. (2 Punkte)

(6 Punkte)

(H2) Zeigen Sie, dass die im Satz 1.2. angegebene Abbildung

$$\begin{aligned}f : \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{C} \\ a &\mapsto (a, 0)\end{aligned}$$

ein Körperhomomorphismus ist, d.h.  $f$  ist eine injektive Abbildung, für die

$$f(ab) = f(a)f(b)$$

und

$$f(a + b) = f(a) + f(b)$$

für alle  $a, b \in \mathbb{R}$  gilt.

(8 Punkte)

(H3) Es seien die komplexen Zahlen  $x = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i$  und  $y = -1 + 2i$  gegeben.

(a) Berechnen Sie  $x + y$ ,  $x \cdot y$ ,  $x^{-1}$  und  $y^{-1}$ . (2 Punkte)

(b) Schreiben Sie die Elemente aus (a) in Tupel-Schreibweise und zeichnen Sie sie in die Standardebene  $\mathbb{R}^2$  ein. (2 Punkte)

(c) Bestimmen Sie die Lösungen der Gleichung  $w^2 = -9$ . (2 Punkte)

(d) Bestimmen Sie die Lösungen der Gleichung  $w^2 = 2i$ . (2 Bonuspunkte)

(6 Punkte)

Die Abgabe der Lösungen zu den Hausaufgaben dieses Zettels muss bis zum **Beginn** der Vorlesung am **Montag, den 11. April 2011** in die dafür vorgesehenen Ordner auf dem Pult erfolgen.