Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

Fachbereich Mathematik
Algebra und Zahlentheorie
Christian Curilla

Grundlagen der Mathematik (LPSI/LS-M1)

Test Montag-A **WiSe 2010/11 - C. Curilla/S. Koch/S. Ziegenhagen**

NAME:.. ÜBUNGSGRUPPE:..............................

MATRIKELNUMMER:.....................................

Aufgabe	1	2	3	4	5	$\sum$
Punkte						

Für $i \in \{2,3,4,5\}$ können Sie bei Aufgabe i maximal genau i Punkte erhalten.
Informationen über Punkte für Teilaufgaben stehen bei den jeweiligen Teilaufgaben.

(P1) Beantworten Sie die folgenden Fragen. (Sie müssen nicht alle Fragen beantworten.) Pro richtiger Antwort gibt es einen Punkt, pro falscher wird ein Punkt abgezogen. [1]

		wahr	**falsch**
(a)	Die Zuordnung $f : \mathbb{Q} \to \mathbb{Q}$ mit $\frac{p}{q} \mapsto p - q$ ist eine Funktion.	☐	☐
(b)	Sei $x \in \mathbb{R}$. Dann ist $x^2 > 9$ notwendig für $x > 3$.	☐	☐
(c)	Sei $x \in \mathbb{R}$. Dann ist $x > 3$ notwendig für $x^2 > 9$.	☐	☐
(d)	Keine Potenzmenge enthält die Zahl Null als Element.	☐	☐
(e)	$\mathcal{P}(\{a,b,c,d\})$ enthält genau 16 Elemente.	☐	☐
(f)	$\{\clubsuit, \heartsuit, \spadesuit\} \neq \{\heartsuit, \spadesuit, \clubsuit\}$.	☐	☐

(6 Punkte)

[1] Sie können aber nicht weniger als 0 Punkte auf die Aufgabe bekommen!

(P2) Beweisen Sie für beliebige Mengen A, B, C die Gleichheit

$$A \times (B \setminus C) = (A \times B) \setminus (A \times C) \ .$$

(P3) Geben Sie mit Beweis eine symmetrische Relation auf $\mathbb{Z}$ an, so dass sie keiner Funktion entspricht und jedes $z \in \mathbb{Z}$ mit mindestens einer Zahl $z' \in \mathbb{Z}$ in Relation steht.

(P4) Sei $f : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$ eine Funktion.

(a) Definieren Sie für eine Menge $M \subseteq \mathbb{Z}$ das Bild von M unter f. (1 Punkt)

(b) Die Abbildungsvorschrift von f laute $x \mapsto 3x^2 - 2$. Berechnen Sie das Bild von $\{z \in \mathbb{Z} : -2 \leq z \leq 3\}$ (unter f) und das Urbild von $[71, 73] \cap \mathbb{Z}$. (3 Punkte)

(P5) Für alle $n \in \mathbb{N}$ sei $T_n := [0, n[$.

(a) Definieren Sie $\bigcup_{n\in\mathbb{N}} T_n$. (1 Punkt)

(b) Bestimmen Sie mit Beweis $\bigcap_{n\in\mathbb{N}} T_n$. (2 Punkte)

(c) Bestimmen Sie mit Beweis $\bigcup_{n\in\mathbb{N}} T_n$. (2 Punkte)