Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

Fachbereich Mathematik
Algebra und Zahlentheorie
Christian Curilla

Grundlagen der Mathematik (LPSI/LS-M1-V)

Blatt 4 WiSe 2010/11 - C. Curilla/S. Koch/S. Ziegenhagen

Präsenzaufgaben

(P11) Sei $A = \{u, v, w\}$. Welche der Eigenschaften $(r), (s), (t), (as)$ besitzen die Relationen $R_1 := \{(v, v)\}$ und $R_2 := \{(u, u), (v, v), (w, w), (w, v)\}$?

(P12) Seien $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Beweisen oder widerlegen Sie:

- (a) $c|a \Rightarrow c|(-a)$
- (b) $c|a \wedge c|b \Rightarrow c|(a + b)$
- (c) $a|b \wedge b|a \Rightarrow a = b$
- (d) $a|b \wedge b|c \Rightarrow a|c$
- (e) Die Relation „teilt“ ist antisymmetrisch.

(P13) Skizzieren Sie die Relation $R := \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \;:\; a|b\}$. Beweisen oder widerlegen Sie: R ist eine Ordnungsrelation.

Hausaufgaben

(H13) Es seien A, B beliebige Mengen.

- (a) Zeigen Sie, dass $\mathrm{Pot}(A) \cup \mathrm{Pot}(B) \subseteq \mathrm{Pot}(A \cup B)$. (3 Punkte)
- (b) Finden Sie ein Beispiel für die Mengen A und B, so dass $\mathrm{Pot}(A) \cup \mathrm{Pot}(B) \subset \mathrm{Pot}(A \cup B)$. (1 Punkt)

(4 Punkte)

(H14) Beweisen Sie, dass für jedes $m \in \mathbb{N}$ die Relation R_m aus Definition 3.2 der Vorlesung eine Äquivalenzrelation ist. **(4 Punkte)**

(H15) Es sei $A = \{u, v, w\}$. Geben Sie für jede mögliche Kombination der Eigenschaften $(r), (s), (t)$ eine Relation $R \subseteq A \times A, R \neq \emptyset$, an, die genau diese Eigenschaften besitzt. **(8 Punkte)**

(H16) Gegeben sei eine Partition K_i der Menge M. Zeigen Sie, dass durch

$$a \sim b :\Leftrightarrow \text{es gibt ein } K_i \text{ mit } a, b \in K_i$$

eine Äquivalenzrelation $\sim$ auf M definiert wird. **(4 Punkte)**

Die Abgabe der Lösungen zu den Hausaufgaben dieses Zettels muss bis zum **Beginn** der Vorlesung am **Montag, den 15. November 2010** in die dafür vorgesehenen Ordner auf dem Pult erfolgen.