



Grundlagen der Mathematik (LPSI/LS-M1-V)

Blatt 3 WiSe 2010/11 - C. Curilla/S. Koch/S. Ziegenhagen

Präsenzaufgaben

- (P8) Seien $A := \{1, 4, 7, 9\}$, $B := \{z \in \mathbb{Z} : (\exists k \in \mathbb{Z} : z = 3k + 1)\}$ und C die Menge aller Primzahlen, die kleiner als 12 sind. Bestimmen Sie $A \cap C$, $B \cup A$, $C \setminus A$, $B \setminus C$ und $C \Delta A$.
- (P9) Skizzieren Sie die folgenden Teilmengen des \mathbb{R}^2 :
- (a) $M = \{0, 2\} \times \{-1, \frac{3}{4}, -\cos(\pi)\}$.
 - (b) $M = \mathbb{R} \times \{1\}$ bzw. $M = \{1\} \times \mathbb{R}$.
 - (c) $M = \mathbb{Z} \times \mathbb{N}$.
 - (d) $M = \mathbb{R} \times \emptyset$.
- (P10) Beweisen Sie die Richtigkeit folgender Aussagen (Bei Teil (a) ist es sicher hilfreich, zunächst ein Venn-Diagramm anzufertigen.):
- (a) $P \cup (Q \cap R) = (P \cup Q) \cap (P \cup R)$.
 - (b) $P \subseteq Q \Leftrightarrow P \cap Q = P \Leftrightarrow P \cup Q = Q$.

Hausaufgaben

- (H9) Die Mengen A , B und C seien definiert wie in (P8). Bestimmen Sie
- (a) $A \cap B$ und $B \cap C$. (1 Punkt)
 - (b) $A \cup C$ und $B \cup C$. (1 Punkt)
 - (c) $A \setminus B$, $B \setminus A$, $C \setminus B$ und $A \setminus C$. (1 Punkt)
 - (d) $A \Delta B$ und $B \Delta C$. (1 Punkt)
- (4 Punkte)**
- (H10) Verdeutlichen Sie sich folgende Mengengleichheiten anhand eines Venn-Diagramms und beweisen Sie die Aussagen:
- (a) $P \cap (Q \cup R) = (P \cap Q) \cup (P \cap R)$ (3 Punkte)
 - (b) $(P \cup Q)^c = P^c \cap Q^c$ (3 Punkte)
- (6 Punkte)**

(H11) Beweisen Sie für beliebige Mengen M , N und P :

(a) $M\Delta N = (M \cup N) \setminus (M \cap N)$. (1 Punkt)

(b) $M\Delta N = N\Delta M$. (1 Punkt)

(c) $M\Delta M = \emptyset$. (1 Punkt)

(d) $M\Delta \emptyset = M$. (1 Punkt)

(e) Für $M \neq \emptyset$ und $N \neq \emptyset$ gilt $(M = N \Leftrightarrow M \times N = N \times M)$. (1 Punkt)

(f) $M \times (N \cap P) = (M \times N) \cap (M \times P)$. (1 Punkt)

(6 Punkte)

(H12) Im Folgenden sind Mengen M und N gegeben. Bestimmen Sie jeweils

(i) $M \cup N$,

(ii) M^c ,

(iii) $M \cap N^c$,

(iv) $M\Delta N$,

(v) $M \times N$.

Dabei sei in (a) die Grundmenge \mathbb{Z} und in (b) die Grundmenge \mathbb{R} .

(a) $M := \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq x \leq 3\}$, $N := \{x \in \mathbb{Z} \mid 6x^3 - x^2 - x = 0\}$ (2 Punkte)

(b) $M := [0, 25]$, $N :=]-\sqrt{2}, 5[$ (2 Punkte)

(4 Punkte)

Die Abgabe der Lösungen zu den Hausaufgaben dieses Zettels muss bis zum **Beginn** der Vorlesung am **Montag, den 8. November 2010** in die dafür vorgesehenen Ordner auf dem Pult erfolgen.

