Universität Hamburg
DER FORSCHUNG | DER LEHRE | DER BILDUNG

Fachbereich Mathematik
Algebra und Zahlentheorie
Christian Curilla

Grundlagen der Mathematik (LPSI/LS-M1)

Blatt 10 WiSe 2010/11 - C. Curilla/S. Koch/S. Ziegenhagen

Präsenzaufgaben

(P32) Bestimmen Sie alle $u, v \in \mathbb{R}^*$, die $\frac{u}{v} + \frac{v}{u} \leq -2$ erfüllen.

(P33) Bestimmen und skizzieren Sie die folgenden Mengen:

$$\{x \in \mathbb{R} : \frac{-10x}{x-2} \geq x - 3\}, \quad \{x \in \mathbb{R} : x^3 - x \leq 0\}, \quad \{x \in \mathbb{R} : |4x - 1| \geq 2x + 5\}.$$

Hausaufgaben

(H38) Bestimmen Sie die Lösungsmengen für folgende Ungleichungen graphisch und rechnerisch:

(a) $x^3 - 2x^2 > x - 2$ (2 Punkte)

(b) $\frac{1}{x-2} \leq x - \frac{1}{2}$ (2 Punkte)

(4 Punkte)

(H39) Bestimmen Sie die Menge $L := \{x \in \mathbb{R} : \frac{x}{|x+5|} < \frac{1}{x-2}\}$. **(6 Punkte)**

(H40) Wir definieren zwei Verknüpfungen $\oplus \colon \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ und $\odot \colon \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ durch

$$x \oplus y := x + y - 1 \qquad \text{und} \qquad x \odot y := xy - x - y + 2$$

für $x, y \in \mathbb{R}$. Beweisen Sie, dass $(\mathbb{R}, \oplus, \odot)$ ein Körper ist (Erinnerung: Für einen Körper $(K, +, \cdot)$ ist K^* als $K \setminus \{0\}$ definiert; hierbei steht „0“ für das *neutrale Element bzgl. „+ “.*). **(6 Punkte)**

(H41) Sei M eine nichtleere Menge und $R \subseteq M \times M$ eine Ordnungsrelation. Wir schreiben für $(a, b) \in R$ kürzer $a \leq b$.

(a) Zeigen Sie, dass für alle $a, b \in M$ gilt:

$$a \leq b \wedge b \leq a \Longleftrightarrow a = b\,.$$

(2 Punkte)

(b) Die Ordnungsrelation R sei zusätzlich noch *total*, d.h. für alle $a, b \in M$ mit $a \neq b$ folgt $a \leq b$ oder $b \leq a$. Zeigen Sie, dass dann für alle $a, b \in M$ gilt:

$$a \neq b \wedge a \leq b \Longleftrightarrow \neg(b \leq a)\,.$$

(2 Punkte)

(4 Punkte)

Die Abgabe der Lösungen zu den Hausaufgaben dieses Zettels muss bis zum **Beginn** der Vorlesung am **Montag, den 17. Januar 2011** in die dafür vorgesehenen Ordner auf dem Pult erfolgen.