



Grundlagen der Mathematik (LPSI/LS-M1-V)

Blatt 1 WiSe 2010/11 - C. Curilla/S. Koch/S. Ziegenhagen

Präsenzaufgaben

(P1) Sei p die Aussage „Du trinkst zu viel Kaffee“, q die Aussage „Du kannst nicht einschlafen“. Wie lauten die dazugehörigen logischen Ausdrücke für folgende Aussagen?

- (a) „Wenn Du zu viel Kaffee trinkst, kannst Du nicht einschlafen“
- (b) „Wenn Du einschlafen kannst, hast Du nicht zu viel Kaffee getrunken“

(P2) Weisen Sie die Tautologie

$$\neg(p \vee q) \Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q).$$

durch Aufstellen einer Wahrheitstafel nach.

(P3) Zeigen Sie mittels einer Wahrheitstafel, dass die folgende Aussage eine Tautologie ist:

$$((p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)) \Rightarrow (p \Rightarrow r).$$

(Diese Eigenschaft der Implikation nennt man **Transitivität**.)

Hausaufgaben

(H1) Weisen Sie die Tautologien

(a)

$$p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$$

(1 Punkt)

(b)

$$p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$$

(1 Punkt)

(c)

$$(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \Leftrightarrow \neg q)$$

(2 Punkte)

(d)
$$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q)$$
 (2 Punkte)

(e)
$$(\neg(p \Rightarrow q)) \Leftrightarrow (p \wedge \neg q)$$
 (1 Punkt)

durch Aufstellen einer Wahrheitstafel nach. Gehen Sie in (e) möglichst effizient vor! (Die Benutzung der Aussagen aus den Präsenzaufgaben ist erlaubt.) **(7 Punkte)**

(H2) (a) Weisen Sie folgende Tautologie nach:

$$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p).$$

(2 Punkte)

(b) Geben Sie ein (umgangssprachliches) Beispiel für die Gleichwertigkeit der beiden Aussagen an. (2 Punkte)
(4 Punkte)

(H3) Für eine natürliche Zahl n bezeichne $g(n)$ die Aussage „ n ist gerade“, $u(n)$ die Aussage „ n ist ungerade“ und $p(n)$ die Aussage „ n ist eine Primzahl“. Geben Sie an, für welche natürlichen Zahlen n die folgenden Aussagen im Sinne der mathematischen Aussagenlogik wahr sind (betrachten Sie die Wahrheitstafel aus der Vorlesung):

- (a) $g(n) \wedge u(n)$ (1 Punkt)
 (b) $\neg u(n) \wedge p(n)$ (1 Punkt)
 (c) $(g(n) \wedge p(n)) \Rightarrow u(n)$ (1 Punkt)
 (d) $(u(n) \vee p(n)) \Rightarrow p(n)$ (1 Punkt)
 (e) $(g(n) \wedge p(n)) \Leftrightarrow (n = 2)$ (1 Punkt)
- (5 Punkte)**

(H4) Sei p die Aussage „Der Hahn schreit“, q die Aussage „Die Sonne geht auf“ und r die Aussage „Dem Bauern geht es gut“. Wie lauten die dazugehörigen umgangssprachlichen Aussagen für:

- (a) $p \Rightarrow q$ (1 Punkt)
 (b) $(\neg q \wedge p) \Rightarrow \neg r$ (1 Punkt)
 (c) $p \Rightarrow ((q \wedge r) \vee \neg(q \vee r))$ (2 Punkte)
- (4 Punkte)**

Die Abgabe der Lösungen zu den Hausaufgaben dieses Zettels muss bis zum **Beginn** der Vorlesung am **Montag, den 25. Oktober 2010** in die dafür vorgesehenen Ordner in der letzten Tischreihe erfolgen.